# BRAJIČNA MATEMATIČKA NOTACIJA

**Priredio**

**Robert Pugar**

# PREDGOVOR

Pojava Brailleevog pisma (brajice), prvog općeprihvaćenog pisma za slijepe, u prvoj polovici 19. stoljeća omogućilo je slijepima pristup novim znanjima i informacijama. Bio je to veliki iskorak koji im je povećao pristupačnost obrazovanju, pa time olakšao njihovu integraciju u društvo.
No pokazalo se da nije dovoljno znati čitati i pisati samo slova, interpunkcijske znakove i brojeve. Slijepima je potrebno stvoriti uvjete za pristup širim znanjima iz različitih područja, pa tako i znanjima iz matematike, fizike, kemije i ostalih prirodnih znanosti. Da bi to bilo moguće potrebne su posebne brajične notacije za matematiku, fiziku, kemiju i sl.
Brajica je reljefno točkasto pismo kod kojeg se za tvorbu znakova koristi šest točkica raspoređenih u dva stupca. Znak koji je sastavljen od svih šest točkica naziva se šestočka. Kombinacijom šest točkica unutar jedne brajeve kućice mogu se sastaviti 64 različita jednostavna brajična znaka, odnosno 63 brajična znaka uz razmak koji je zapravo znak bez ijedne izdignute točkice.
To nije dovoljno ni za sva velika i mala slova, interpunkcijske znakove i brojeve. Dakle, već u literarnoj brajici potrebno je kombinirati osnovne brajične znakove kako bi se dobio dovoljan broj znakova.
Ovaj problem još je izraženiji u matematici (i drugim prirodnim znanostima) gdje postoji mnogo oznaka koje se razlikuju po vrsti, obliku, načinu i područjima primjene.

Neki od najvažnijih problema kod izrade brajične matematičke notacije su:

- Brajica ne samo da je reljefno točkasto pismo nego je i linijsko pismo. Pri čitanju prsti klize po jednom redu, pa je broj informacija koji se mogu odjednom obuhvatiti ograničen. Istovremeno se kod crnog tiska okom može obuhvatiti veća površina, pa time i veći broj informacija.
- Na crnom tisku matematički simboli mogu se sastojati od više dijelova različito raspoređenih unutar simbola. To su indeksi, korijeni, razlomci, dijelovi pisani ispod ili iznad osnovnog simbola kod limesa, indeksiranih suma i sl. Na brajici se sve ovo što je na crnom tisku dvodimenzionalno, mora prikazati jednodimenzionalno, linijski, u jednom retku.

Zbog toga moraju postojati pravila kako sve dijelove složenog matematičkog simbola prikazati u jednom retku tako da sve bude jednoznačno prikazano, a da se to postigne sa što je moguće manje znakova brajice.

- Mnoge matematičke oznake na crnom tisku kratice su njihovih naziva kao što su na primjer sinus, kosinus, logaritam i sl. Te su kratice u crnom tisku obično pisane drugim tipom slova kako bi se razlikovali od ostalog matematičkog teksta. Najčešće se i oznake za mjerne jedinice po tipu slova razlikuju od ostalog teksta kako bi ih mogli razlikovati od oznaka matematičkih odnosno fizikalnih veličina.
- Osim toga, postoje i grafičke oznake, kao što su, na primjer, oznake za geometrijske likove.
- U matematici, kao i u drugim prirodnim znanostima osim latiničnih koriste se i grčka slova te poneko hebrejsko.
- U matematičkim tekstovima na crnom tisku neki dijelovi mogu biti istaknuti na više načina: bojom, debljinom tiska, prostornim rasporedom i sl.

Prilikom izrade matematičke notacije treba se rukovoditi sljedećim načelima:

- Brajična matematička notacija mora se što je moguće manje razlikovati od literarne brajice, kao i od ostalih posebnih brajičnih notacija, iako te razlike nije moguće u potpunosti izbjeći.
- Sustav mora omogućiti na razumljiv način zapisivanje svakog matematičkog teksta.
- Svakoj matematičkoj oznaci crnog tiska treba odgovarati određena oznaka na brajici, pri čemu različitim oznakama crnog tiska trebaju odgovarati različite oznake na brajici. Svaki znak ili kombinacija znakova moraju u zadanom kontekstu imati jednoznačno određeni smisao.
- Načelo tzv. "direktnog čitanja": značenje nekog brajičnog znaka mora biti određeno ili samo tim znakom, ili tim znakom i prethodnim znakovima, ali nikako ne znakovima koji se nalaze iza njega. Drugim riječima, u čitanju matematičkog teksta znakovi koji slijede ne smiju mijenjati smisao prethodno pročitanih znakova.
- Jasno izdvajanje početka i kraja pojedinih dijelova kod složenijih matematičkih oznaka ili izraza tj. dijela teksta koji ima samostalni smisao (npr. izraza koji stoji u donjem ili gornjem indeksu, u eksponentu ili ispod korijena i sl.).
- Redoslijed pisanja mora biti što bliži načinu čitanja matematičkog teksta na crnom tisku.

- Sustav mora biti jedinstven za sve razine težine matematičkog teksta (npr. za osnovne, srednje i visoke škole). To ipak ne isključuje neka pojednostavljenja posebnim pravilima koja se odnose na neke specifičnosti ponekog teksta.
- Načelo ekonomičnosti: sa što je moguće manjim brojem znakova brajice zapisati matematički tekst.
- Sustav mora imati u vidu specifičnosti percipiranja reljefnog točkastog pisma taktilnim putem: teškoće kod određivanja položaja izoliranih točkica, mogućnost spajanja točkica susjednih znakova brajice u jedan znak i sl.

Teško je udovoljiti svim ovim uvjetima koje mora zadovoljiti brajična matematička notacija i odrediti kojima od njih dati prednost. Ipak, najvažnije je dati prednost točnosti prijenosa matematičkog teksta i njegovoj jasnoći, a tek onda principu ekonomičnosti.

Louis Braille nije se bavio matematikom, pa tako i nije razradio pravila za pisanje matematičkog teksta. Zbog toga su se, u nastojanju da se slijepima približi matematički tekst, pojavila različita rješenja.
U svijetu postoji više matematičkih brajičnih notacija, koje se dosta međusobno razlikuju. Neke od njih obuhvaćaju samo najosnovnije područje matematike, dok su druge mnogo razrađenije.
Prilikom izrade matematičke notacije pregledao sam više stranih matematičkih notacija, kako bi vidio na koji su način drugi došli do rješenja problema. Nema smisla tražiti nova rješenja ako dobra već postoje.
Pregledao sam i nekoliko desetaka udžbenika, kako bih pokrio što veće područje i razmotrio što više situacija u kojima bi se mogli pojaviti problemi. Raspitao sam se i o nekim novim oznakama na crnom tisku koje su se pojavile.
Neke od stranih matematičkih notacija su na ovaj ili onaj način povezane s notacijama s njemačkog govornog područja (poljska, ruska, bjeloruska, švedska). Druge se notacije bitno razlikuju od njih, ali i međusobno (francuska, španjolska, portugalska, talijanska, češka, američke).
Pri izradi naše notacije dao sam prednost rješenjima iz notacije za njemačko govorno područje (i njoj srodnim notacijama) jer smo se i do sada oslanjali na rješenja s njemačkog govornog područja, kako bi razlike od dosadašnje prakse bile što manje. Pri tom je važnu ulogu imalo i to što su neka nova rješenja bolja od dosadašnjih. Međutim, u našoj notaciji neka su rješenja drugačija i dodane su neke oznake kojih u njemačkoj notaciji nema.
U izboru primjera nastojao sam obraditi što više situacija koje bi mogle predstavljati problem korisnicima notacije, a da primjeri ne budu previše složeni.

U fizici se uglavnom koriste isti znakovi kao i u matematici, osim što je češća primjena mjernih jedinica. Budući da su u ovoj notaciji obrađene i mjerne jedinice, ona se može koristiti i kao notacija za fiziku. Kod pisanja tekstova koji nisu vezani uz matematiku, fiziku ili neku drugu prirodnu znanost, neke se stvari mogu donekle i pojednostaviti. Tako se, na primjer, mjerne jedinice mogu pisati s razmakom umjesto predznaka za mjerne jedinice i sl.

Robert Pugar<br>profesor matematike

# 1. OZNAKE U TEKSTU

## 1.1. PRIJELAZ IZMEĐU JEDNE VRSTE TEKSTA U DRUGI

| | |
|---|---|
| ⠐⠂ | početak umetanja matematičkog teksta u običan tekst |
| ⠠⠄ | kraj umetanja matematičkog teksta u običan tekst |
| ⠠⠄ | početak umetanja običnog teksta u matematički tekst |
| ⠠⠄ | kraj umetanja običnog teksta u matematički tekst |
| | |
| ⠠ | znak za rastavljanje na mjestu gdje stoji razmak |
| ⠈ | znak za rastavljanje na mjestu gdje ne stoji razmak |
| ⠈ | znak za povezivanje |
| ⠠ | razrješnica, predznak za interpunkcije |
| ⠠ ⠰⠶ | znak za početak i kraj objašnjenja u brajičnom izdanju |

Osnovni brajični znakovi, kao i njihove kombinacije, mogu imati različito značenje u matematičkom tekstu od onoga u običnom tekstu. Stoga je važno da prijelaz iz jedne vrste teksta u drugu bude potpuno jasan.

Isticanje prijelaza iz jedne vrste teksta u drugu može se postići na tri načina:

- pisanjem u odvojenim redovima i oblikovanjem teksta
- pisanjem znakova za prijelaz iz jedne vrste teksta u drugu
- stavljanjem dvostrukog razmaka.

Odabir načina ovisi o situaciji.

Matematičke izraze koji se nalaze unutar običnog teksta, a na brajici su duljine između trećine i cijelog reda, najbolje je pisati u zasebnom redu.

Kada se unutar teksta nalaze veliki dijelovi matematičkog teksta najbolje je prijelaz iz običnog teksta u matematički istaknuti pisanjem matematičkog teksta u odvojenim redovima koji se od ostalog teksta mogu razlikovati oblikovanjem.

To se može postići uvlačenjem matematičkog teksta za nekoliko mjesta (2 ili 3 mjesta), odvajanjem redom razmaka ili stavljanjem oznake na lijevom rubu (npr. slovo *m* kao matematički tekst*, z* kao zadatak*, o* kao odgovor i sl*.), nakon koje stoje najmanje dva mjesta razmaka.*

Kada se unutar običnog teksta nalazi kraći matematički tekst, koji se ne treba pisati u zasebnom retku, a predug je da bi se od ostalog teksta razdvajao dvostrukim razmakom, koriste se znakovi za početak i kraj umetanja matematičkog teksta.

- Znak za prijelaz na matematički tekst nalazi se neposredno ispred prvog znaka matematičkog teksta. Ako nije na početku reda, ispred njega mora biti razmak ili otvorena zagrada
- Ispred znaka za kraj umetanja matematičkog teksta nema razmaka, a iza njega stoji razmak, zatvorena zagrada ili interpunkcijski znak.
- Ako je upotrijebljen znak za početak umetanja matematičkog teksta, mora biti upotrijebljen i znak za kraj umetanja matematičkog teksta.
- Unutar tako odijeljenog matematičkog teksta mogu biti samo kraći dijelovi običnog teksta (veznici i, ili, za svaki i sl.) koji su od ostalog dijela odijeljeni dvostrukim razmakom.
- Interpunkcijski znakovi na kraju umetnutog matematičkog teksta obično nisu dio samog matematičkog izraza. Zbog jasnoće, oni se pišu nakon znaka za kraj umetanja matematičkog teksta, kako ne bi trebali upotrijebiti znak za razrješavanje ⠠ (točkicu 6).

Kada se unutar matematičkog teksta nalazi običan tekst koji je predug da bi se odvajao dvostrukim razmakom koriste se znakovi za početak i kraj umetanja običnog teksta.

- Ako je upotrijebljen znak za početak umetanja običnog teksta, mora biti upotrijebljen i znak za kraj umetanja.
- Umetanje običnog teksta u matematički uglavnom se koristi kod različitih objašnjenja.
- Iza znaka za umetanje običnog teksta u matematički, kao i ispred znaka za kraj umetanja nema razmaka.

- Unutar umetnutog običnog teksta u matematički tekst ne mogu se koristiti znakove za umetanje matematičkog teksta. Ako se treba umetnuti kakva matematička oznaka od ostalog teksta odvaja se dvostrukim razmakom.

Kada zbog kratkih umetaka dolazi do promjene između matematičkog i običnog teksta može se koristiti dvostruki razmak. To je često i najbolje rješenje. Budući da dvostruki razmak ukazuje na promjenu vrste teksta on se ne može koristiti niti na početku niti na kraju retka.

Kada malo latinično slovo koje služi kao oznaka varijable, parametra ili neke druge matematičke oznake stoji samo unutar običnog teksta može ga se pisati s predznakom za mala slova ⠠ (točkica 6) umjesto s dvostrukim razmakom.

U pravilu, interpunkcijski znakovi nisu dijelovi matematičkog teksta. Zbog toga, kada je interpunkcijski znak na kraju umetnutog matematičkog teksta ispred njega se najčešće mora pisati razrješnica ⠠ (točkica 6).To je osobito važno kada zadnji znak matematičkog teksta nema točkice 1 i 4 (kada je to spušteni znak) jer bi često moglo doći do krivog tumačenja.

*Primjer 1*.

Pisanje matematičkog teksta u zasebnom redu.

Niz $(a_n)$ zadan je rekurzivnom formulom $a_{n+1} = a_n + 2n + 1.$

Izračunaj deseti član, ako je prvi član 2.

⠀⠀⠨⠝⠊⠵⠀⠀⠣⠁⠡⠝⠜⠀⠀⠵⠁⠙⠁⠝⠀⠚⠑⠀⠗⠑⠅⠥⠗⠵⠊⠧⠝⠕⠍
⠋⠕⠗⠍⠥⠇⠕⠍
⠁⠡⠝⠀⠖⠼⠁⠱⠀⠶⠁⠡⠝⠀⠖⠼⠃⠝⠀⠖⠼⠁⠄
⠨⠊⠵⠗⠁⠡⠥⠝⠁⠚⠀⠙⠑⠎⠑⠞⠊⠀⠡⠇⠁⠝⠂⠀⠁⠅⠕⠀⠚⠑⠀⠏⠗⠧⠊⠀
⠡⠇⠁⠝⠀⠼⠃⠄

*Primjer 2.*

Isticanje prijelaza iz jedne vrste teksta u drugu oblikovanjem i stavljanjem dodatne oznake na lijevom rubu.

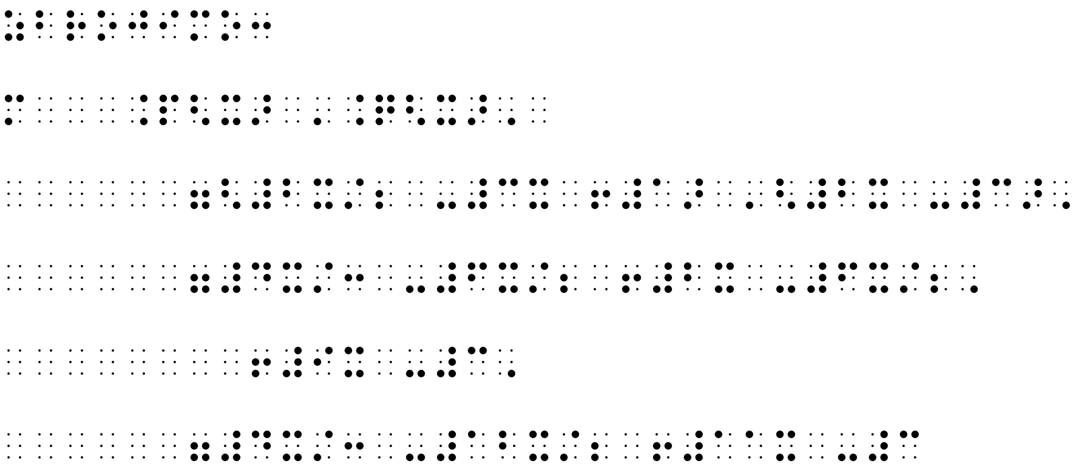
Pomnožimo polinome tako da svaki član prvog polinoma pomnožimo svakim članom drugog polinoma i rezultate zbrojimo:

$P(x) \cdot Q(x) = (2x^2-3x+1) \cdot (2x-3)$

$\quad = 4x^3-6x^2+2x-6x^2+9x-3$

$\quad = 4x^3-12x^2+11x-3$

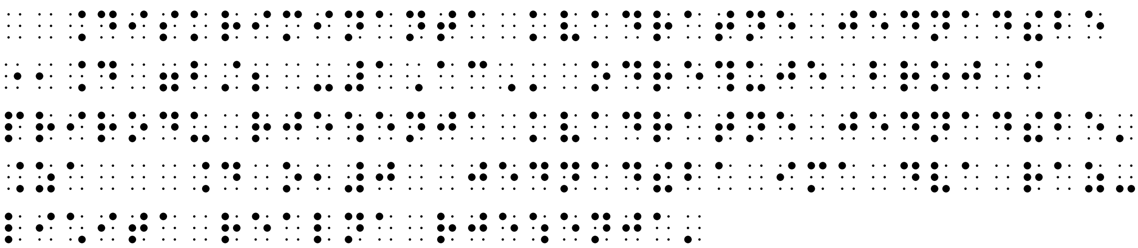
ili



*Primjer 3.*

Isticanje prijelaza iz običnog teksta na matematički upotrebom znakova za prijelaz i dvostrukog razmaka.

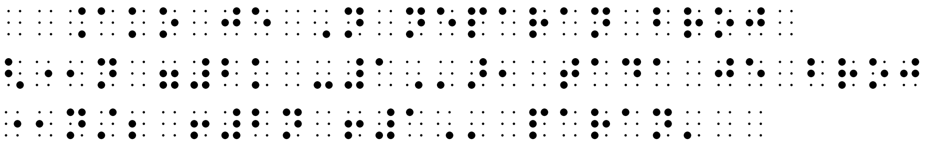
Diskriminanta kvadratne jednadžbe $D = b^2 - 4ac$ određuje broj i prirodu rješenja kvadratne jednadžbe. Za $D > 0$ jednadžba ima dva različita realna rješenja.



*Primjer 4.*

Isticanje prijelaza iz običnog teksta na matematički upotrebom znakova za prijelaz i upotrebom predznaka za mala slova.

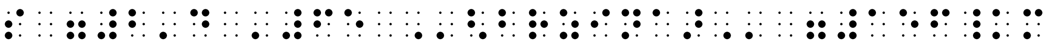
Ako je n neparan broj *(n=2k-1),* tada je broj $n^2+2n+1$ paran.



*Primjer 5.*

Isticanje prijelaza iz matematičkog teksta na običan upotrebom znakova za prijelaz.

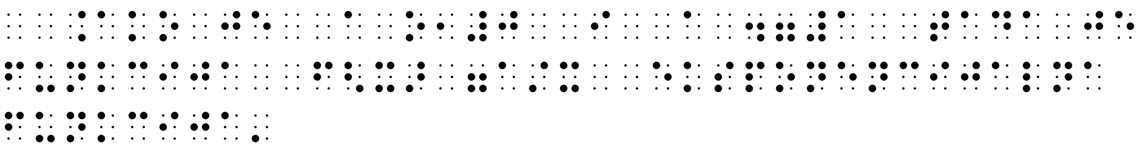
$s = 2.4 \cdot 65\ (brzina) = 156\ \mathrm{km}$



*Primjer 6.*

Isticanje prijelaza iz jedne vrste teksta na drugu dvostrukim razmakom.

Ako je $a > 0$ i a $\neq 1$ tada je funkcija $f(x) = a^x$ eksponencijalna funkcija.



## 1.2. RASTAVLJANJE I POVEZIVANJE MATEMATIČKIH IZRAZA

U crnom tisku matematički tekst rijetko se mora rastavljati u više redova, a ako je to i potrebno, obično se to radi kod znakova jednakosti, nejednakosti i sl. Budući da se kod čitanja crnog tiska pogledom zahvaća više redova, nema potrebe na poseban način označavati da se matematički tekst nastavlja u novom redu.

Za razliku od crnog tiska, na brajici matematički se izraz često mora pisati u više redova, pa je potreban znak koji nas "upozorava" da se matematički tekst nastavlja u novom redu.

Upotreba razmaka u brajičnom matematičkom zapisu nije proizvoljna. Većina matematičkih brajevih simbola sastoji se od više osnovnih brajičnih znakova. Pri tome često položaj razmaka određuje značenje tih simbola.

Kada se u brajici matematički tekst mora pisati u više redova, razlikuju se dva slučaja.

- Kada se u novi red prelazi na mjestu gdje bi u brajičnom matematičkom zapisu trebao stajati razmak piše se ⠠ (točkica 6).
- Kada se u novi red prelazi na mjestu gdje u brajičnom matematičkom zapisu nema razmaka piše se ⠈ (točkica 4).

Ako se matematički tekst na brajici mora pisati u više redova treba nastojati da je podijeljen u logične cjeline. Prednost treba davati rastavljanju na mjestima gdje bi stajao razmak, a tek kada nije drugačije moguće tekst rastavljati na mjestu gdje se ne piše razmak.

Znak za povezivanje ⠈ (točkica 4) ponekad se piše na mjestu razmaka kako bismo povezali dva simbola koji čine jednu cjelinu.

- Najčešće se koristi umjesto razmaka ispred računskih operacija kod pisanja indeksa, eksponenata, izraza ispod korijena i razlomaka te kod strelica u indeksima.
- Ovaj znak može povezivati samo dijelove koji se nalaze unutar iste razine: istog indeksa ili eksponenta, istog korijena, istog brojnika ili nazivnika.
- Znak za povezivanje ne koristi se za povezivanje izraza u kojima je već upotrijebljen znak za povezivanje jer bi moglo doći do nejasnoća u razumijevanju.

*Primjer 7.*

Upotreba znaka za povezivanje.

$x^{3n-2} \cdot x^{n+1} = x^{4n-1}$

⠭⠌⠼⠉⠝⠀⠤⠼⠃⠱⠀⠄⠭⠌⠝⠀⠖⠼⠁⠱⠀⠶⠭⠌⠼⠙⠝⠀⠤⠼⠁⠱

ili

⠭⠌⠼⠉⠝⠈⠤⠼⠃⠀⠄⠭⠌⠝⠈⠖⠼⠁⠀⠶⠭⠌⠼⠙⠝⠈⠤⠼⠁

*Primjer 8.*

Kada se ne smije upotrebljavati znak za povezivanje.

$$\frac{x^n - 3}{x^n + 3}$$

⠆⠭⠌⠝⠀⠤⠼⠉⠀⠳⠀⠭⠌⠝⠀⠖⠼⠉⠰

a ne

⠆⠭⠌⠝⠈⠤⠼⠉⠳⠭⠌⠝⠈⠖⠼⠉⠰

*Primjer 9.*

Rastavljanje matematičkog teksta na mjestu razmaka.

$29 \cdot 17 + 71 \cdot 17 = (29 + 71) \cdot 17 = 100 \cdot 17 = 1700$

⠼⠃⠊⠀⠄⠼⠁⠛⠀⠖⠼⠛⠁⠀⠄⠼⠁⠛⠀⠶⠣⠼⠃⠊⠀⠖⠼⠛⠁⠜⠀⠄⠼⠁⠛⠠

⠀⠀⠶⠼⠁⠚⠚⠀⠄⠼⠁⠛⠀⠶⠼⠁⠛⠚⠚

*Primjer 10.*

Rastavljanje matematičkog teksta na mjestu gdje je na brajici razmak i gdje nije razmak.

Opći oblik polinoma jedne varijable je

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$

⠀⠀⠨⠕⠏⠩⠊⠀⠕⠃⠇⠊⠅⠀⠏⠕⠇⠊⠝⠕⠍⠁⠀⠚⠑⠙⠝⠑⠀⠧⠁⠗⠊⠚⠁⠃⠇⠑

⠚⠑⠒

⠀⠀⠀⠨⠏⠣⠭⠜⠀⠶⠁⠡⠝⠱⠭⠌⠝⠀⠖⠁⠡⠝⠈⠤⠼⠁⠱⠭⠌⠝⠈⠤⠼⠁⠱⠠

⠀⠀⠀⠀⠀⠖⠄⠄⠄⠀⠖⠁⠡⠂⠭⠀⠖⠁⠡⠴

bolje je nego

⠀⠀⠨⠕⠏⠩⠊⠀⠕⠃⠇⠊⠅⠀⠏⠕⠇⠊⠝⠕⠍⠁⠀⠚⠑⠙⠝⠑⠀⠧⠁⠗⠊⠚⠁⠃⠇⠑

⠚⠑⠒

⠀⠀⠀⠨⠏⠣⠭⠜⠀⠶⠁⠡⠝⠱⠭⠌⠝⠀⠖⠁⠡⠝⠈⠤⠼⠁⠱⠈

⠀⠀⠀⠀⠀⠭⠌⠝⠈⠤⠼⠁⠱⠀⠖⠄⠄⠄⠀⠖⠁⠡⠂⠭⠀⠖⠁⠡⠴

## 1.3. NAPOMENE UZ ADAPTACIJU NA BRAJICU

Kod adaptacije udžbenika i drugih materijala s crnog tiska na brajicu često se uvode novi znakovi, pojavljuju se tipografske osobitosti materijala na crnom tisku koje treba objasniti i na adekvatan način prikazati na brajici.

Na odgovarajući način treba riješiti tablice. Ako je moguće treba ih oblikovati na isti način kao i na crnom tisku. Ako to nije moguće, mogu se međusobno zamijeniti reci i stupci, tablica se može rastaviti na više dijelova ili se podaci iz tablice mogu napisati u obliku teksta na razumljivi način.

Geometrijske crteže i grafičke prikaze koji su bitni za razumijevanje sadržaja treba reljefno izraditi ili ih detaljno opisati. Nebitne ilustracije mogu se izostaviti; ponekad je dovoljno samo napisati koja je ilustracija izostavljena (npr. portret matematičara o kojem se govori u tekstu i sl.).

Prilikom prenošenja materijala s crnog tiska na brajicu bilješke koje se odnose na cjelokupni materijal treba sažeto iznijeti u zasebnom odjeljku ili poglavlju na početku knjige ili, ako je materijal u više svezaka, na početku svakog sveska. Ovdje se navode novouvedeni znakovi i tipografska rješenja koja se odnose na cijelu knjigu ili svezak.

Ako se dodatno objašnjenje odnosi samo na pojedinačne dijelove materijala na crnom tisku, piše se između znakova za početak i kraj objašnjenja u brajičnom izdanju, ⠠ ⠰⠶ (točkica 6; točkice 5 i 6; točkice 2, 3, 5 i 6).

# 2. BROJEVI

## 2.1. ARAPSKI BROJEVI

U brajici se razlikuju dva načina zapisivanja arapskih brojeva: standardni način (koji je isti kao i u literarnoj brajici), i spušteni zapis.

U standardnom zapisu koriste se isti znakovi kao i za pisanje slova od a do j, tako da se na početku stavi predznak za broj.

Spušteni brojevi pišu se tako da se točkice standardnog zapisa spuste za jedno mjesto unutar brajeve kućice.

| | | |
|---|---|---|
| | ⠼ | predznak za broj |
| 1 | ⠁ | znamenka jedan |
| 2 | ⠃ | znamenka dva |
| 3 | ⠉ | znamenka tri |
| 4 | ⠙ | znamenka četiri |
| 5 | ⠑ | znamenka pet |
| 6 | ⠋ | znamenka šest |
| 7 | ⠛ | znamenka sedam |
| 8 | ⠓ | znamenka osam |
| 9 | ⠊ | znamenka devet |
| 0 | ⠚ | znamenka nula |
| | ⠂ | spuštena znamenka jedan |
| | ⠆ | spuštena znamenka dva |
| | ⠒ | spuštena znamenka tri |
| | ⠲ | spuštena znamenka četiri |
| | ⠢ | spuštena znamenka pet |
| | ⠖ | spuštena znamenka šest |
| | ⠶ | spuštena znamenka sedam |
| | ⠦ | spuštena znamenka osam |
| | ⠔ | spuštena znamenka devet |
| | ⠴ | spuštena znamenka nula |

U matematičkom zapisu, kao i u običnom tekstu, arapski broj sastoji se od predznaka za broj i jedne ili više znamenki. Za pisanje znamenaka koriste se slova od *a* do *j*, a predznak za broj vrijedi do sljedećeg razmaka, kraja reda, crtice ili interpunkcije. Naravno, decimalna točka (ili decimalni zarez) ovdje se ne uzimaju kao interpunkcijski znak. Isto vrijedi i za znakove koji služe za odvajanje u skupine od po tri znamenke kod pisanja velikih brojeva.

Spušteni brojevi u brajici imaju više značenja i predstavljaju brojeve samo u određenim situacijama.

U matematičkoj literaturi u Hrvatskoj se za odvajanje dekadskog i decimalnog dijela upotrebljava decimalna točka, dok se u nekim drugim područjima i u nekim drugim zemljama koristi decimalni zarez. Kod pisanja višeznamenkastih brojeva, ako je potrebno razdvajanje skupina od po tri znamenke, u matematici se preporučuje razdvajanje razmakom.

U ostalim područjima, kod prepisivanja višeznamenkastih brojeva s crnog tiska, kao znak za razdvajanje u skupine od po tri znamenke treba koristiti znakove koji su korišteni i u crnom tisku. U novije vrijeme pojavio se i apostrof (izostavnik) kao znak za razdvajanje. U tom slučaju koristi se onaj znak (zarez ili točka) koji nije korišten kao decimalni separator. U svim ovim slučajevima predznak za broj vrijedi sve do kraja zapisa broja.

*Primjer 1.*

Pisanje prirodnih brojeva.

| | |
|---|---|
| 6 | ⠼⠋ |
| 347 | ⠼⠉⠙⠛ |
| 4019 | ⠼⠙⠚⠁⠊ |
| 3985200 | ⠼⠉⠊⠓⠑⠃⠚⠚ |
| 3.985.200 | ⠼⠉⠄⠊⠓⠑⠄⠃⠚⠚ |
| 3,985,200 | ⠼⠉⠂⠊⠓⠑⠂⠃⠚⠚ |
| 3'985'200 | ⠼⠉⠄⠊⠓⠑⠄⠃⠚⠚ |
| 3 985 200 | ⠼⠉⠀⠊⠓⠑⠀⠃⠚⠚ |

# 2.2. PISANJE DECIMALNIH BROJEVA

Kod decimalnih brojeva znak za broj vrijedi i nakon decimalne točke (decimalnog zareza), što znači da se iza decimalne točke (decimalnog zareza) ne piše znak za broj.

Kod pisanja periodičkih decimalnih brojeva period se uvijek piše u zagradi, bez obzira na način zapisivanja na crnom tisku.

*Primjer 2.*

Pisanje decimalnih brojeva.

234.67

⠼⠃⠉⠙⠄⠋⠛

0.604

⠼⠚⠄⠋⠚⠙

*Primjer 3.*

Pisanje periodičnih decimalnih brojeva.

$1.\dot{3} = 1.\overline{3} = 1.(3) = 1.33333\ldots$

⠼⠁⠄⠣⠉⠜⠀⠶⠼⠁⠄⠉⠉⠉⠉⠉⠄⠄⠄

$0.\dot{1}24\dot{5} = 0.\overline{1245} = 0.(1245) = 0.124512451245\ldots$

⠼⠚⠄⠣⠁⠃⠙⠑⠜⠀⠶⠼⠚⠄⠁⠃⠙⠑⠁⠃⠙⠑⠁⠃⠙⠑⠄⠄⠄

$0.25\dot{3}4\dot{1} = 0.25\overline{341} = 0.25(341) = 0.25341341341\ldots.$

⠼⠚⠄⠃⠑⠣⠉⠙⠁⠜⠀⠶⠼⠚⠄⠃⠑⠉⠙⠁⠉⠙⠁⠉⠙⠁⠄⠄⠄

## 2.3. UPOTREBA SPUŠTENIH BROJEVA

Spušteni brojevi koriste se za skraćeno zapisivanje razlomaka kad su i brojnik i nazivnik prirodni broj, kod pisanja mješovitih brojeva te kod pisanja cjelobrojnih indeksa i eksponenata.

Negativni spušteni brojevi mogu se koristiti samo kod indeksa i eksponenata, ali ne i kod pisanja nazivnika.

*Primjer 4.*

Pisanje brojčanih razlomaka.

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

⠼⠃⠒⠀⠶⠼⠓⠂⠆

$$\frac{8}{14} = \frac{4}{7}$$

⠼⠓⠂⠲⠀⠶⠼⠙⠶

$$2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$

⠼⠃⠼⠉⠲⠀⠶⠼⠁⠁⠲

*Primjer 5.*

Pisanje eksponenata.

$$3^4 = 81$$

⠼⠉⠌⠲⠀⠶⠼⠓⠁

$2^{-2} = \frac{1}{4}$

⠼⠃⠌⠤⠆⠀⠶⠼⠁⠲

ili

⠼⠃⠌⠤⠼⠃⠀⠶⠼⠁⠲

*Primjer 6.*

Pisanje donjih indeksa.

Rješenja jednadžbe $x^2 = 16$ su $x_1 = 4$ i $x_2 = -4$

⠀⠀⠨⠗⠚⠑⠱⠑⠝⠚⠁⠀⠚⠑⠙⠝⠁⠙⠮⠃⠑⠀⠀⠭⠌⠆⠀⠶⠼⠁⠋⠀⠀⠎⠥⠀⠀
⠭⠡⠂⠀⠶⠼⠙⠀⠀⠊⠀⠀⠭⠡⠆⠀⠶⠤⠼⠙

## 2.4. KOMPLEKSNI BROJEVI

| | | |
|---|---|---|
| $Re$ | ⠫⠢ | realni dio |
| $Im$ | ⠫⠔ | imaginarni dio |

Kompleksni broj sastoji se od realnog dijela, imaginarnog dijela i imaginarne jedinice koja se označava slovom $i$.

Kako na crnom tisku, tako i na brajici postoje posebne oznake za realni i imaginarni dio.

Iza znaka za realni ili imaginarni dio kompleksnog broja na brajici se ne piše razmak ako je iza njega broj, skraćeno pisani brojčani razlomak, mješoviti broj ili slovo pisano s predznakom (veliko ili malo, latiničko ili grčko). Kada se radi o malom latiničkom slovu dobro ga je pisati bez razmaka s predznakom za mala slova ⠠ (točkica 6).

U svim drugim slučajevima, iza oznake za realni ili imaginarni dio piše se razmak.

U tekstu za koji se ne očekuje da će čitatelj poznavati skraćene brajične oznake za realni i imaginarni dio kompleksnog broja, dozvoljeno je simbole za ove funkcije pisati i s predznakom za kratice ⠻ (točkice 1, 2, 4, 5 i 6) i kraticom crnog tiska, odnosno oznakama ⠻⠨⠗⠑ i ⠻⠨⠊⠍.

*Primjer 7.*

Pisanje kompleksnog broja.

$z = a + bi$

⠵⠀⠶⠁⠀⠖⠃⠊

$z = -4 - 8i$

⠵⠀⠶⠤⠼⠙⠀⠤⠼⠓⠠⠊

$z = \sqrt{2} - \sqrt{5}i$

⠵⠀⠶⠩⠼⠃⠀⠤⠩⠼⠑⠱⠊

*Primjer 8.*

Pisanje realnog dijela kompleksnog broja.

$Rez = \sqrt{2}$

⠫⠢⠠⠵⠀⠶⠩⠼⠃

$Re(4 + 7i) = 4$

⠫⠢⠀⠣⠼⠙⠀⠖⠼⠛⠠⠊⠜⠀⠶⠼⠙

$$Re\frac{-3-2i}{5+4i}$$

⠫⠢⠀⠆⠤⠼⠉⠀⠤⠼⠃⠠⠊⠀⠳⠀⠼⠑⠀⠖⠼⠙⠠⠊⠰
ili

⠫⠢⠀⠆⠤⠼⠉⠈⠤⠼⠃⠠⠊⠳⠼⠑⠈⠖⠼⠙⠠⠊⠰

*Primjer 9.*

Pisanje imaginarnog dijela kompleksnog broja.

$$Imz = -6$$

⠫⠔⠠⠵⠀⠶⠤⠼⠋

$$Im(4 + 7i) = 7$$

⠫⠔⠀⠣⠼⠙⠀⠖⠼⠛⠠⠊⠜⠀⠶⠼⠛

$$Im\frac{-3-2i}{5+4i}$$

⠫⠔⠀⠆⠤⠼⠉⠀⠤⠼⠃⠠⠊⠀⠳⠀⠼⠑⠀⠖⠼⠙⠠⠊⠰
ili

⠫⠔⠀⠆⠤⠼⠉⠈⠤⠼⠃⠠⠊⠳⠼⠑⠈⠖⠼⠙⠠⠊⠰

## 2.5. RIMSKI BROJEVI

| | | |
|---|---|---|
| I, i | ⠊ | rimski broj 1 |
| V, v | ⠧ | rimski broj 5 |
| X, x | ⠭ | rimski broj 10 |
| L, l | ⠇ | rimski broj 50 |
| C, c | ⠉ | rimski broj 100 |
| D, d | ⠙ | rimski broj 500 |
| M, m | ⠍ | rimski broj 1000 |

Rimski brojevi uglavnom se pišu velikim latiničnim slovima, pa za njihovo pisanje vrijede ista pravila kao i u običnom tekstu. Ponekad se koriste i rimski brojevi pisani malim slovima i tada se uglavnom ne koristi predznak za mala slova. Alternativno, ispred rimskih brojeva može se staviti i predznak za broj, ako je to zbog razlikovanja od ostalog teksta potrebno. U tom slučaju iza znaka za broj treba stajati predznak za velika, odnosno mala slova kako bi ih se razlikovalo od arapskih brojeva.

*Primjer 10.*
Pisanje rimskih brojeva velikim slovima.
X, IV, MDCCLXI
⠨⠭⠂⠀⠘⠊⠧⠂⠀⠘⠍⠙⠉⠉⠇⠭⠊

*Primjer 11.*
Pisanje rimskih brojeva malim slovima.
i, viii
⠊⠂⠀⠧⠊⠊⠊

*Primjer 12.*
Pisanje velikih rimskih brojeva.
$\overline{\mathrm{X}} = 10000, \overline{\mathrm{VI}} = 6000$
⠨⠭⠒⠀⠶⠨⠒⠨⠭⠀⠶⠼⠁⠚⠚⠚⠚⠂⠀⠨⠒⠘⠧⠊⠀⠶⠼⠋⠚⠚⠚⠀

# 3. SLOVA I OZNAKE NASTALE OD KRATICA ZA RIJEČI

| | |
|---|---|
| ⠠ | predznak za mala slova |
| ⠘ | predznak za više velikih slova |
| ⠨ | predznak za jedno veliko slovo |
| ⠰ | predznak za grčka slova |
| | |
| ⠐ | 1. posebna tipografska oznaka |
| ⠸ | 2. posebna tipografska oznaka |

U matematičkom zapisu mala latinična slova pišu se bez predznaka. Sva ostala slova, velika, grčka i posebno pisana slova, moraju biti označena na odgovarajući način.

## 3.1. VELIKA I MALA LATINIČNA SLOVA

U matematičkom tekstu za mala latinična slova nije potreban nikakav predznak, osim u slučajevima kada bi moglo doći do krivog tumačenja. Tada se ispred njih piše predznak za mala latinična slova ⠠ (točkica 6). Na primjer:

- kada malo slovo koje se može čitati kao broj slijedi iza broja
- kada malo slovo slijedi iza znaka za kraj nazivnika, jer bi se moglo čitati kao grčko slovo
- kada malo slovo slijedi iza više velikih slova, jer bi se i ono moglo tumačiti kao veliko slovo.

U situacijama kada nije potpuno jasno je li predznak za mala latinična slova potreban ili nije, bolje ga je napisati nego ga izostaviti, kako bi se izbjegla kriva tumačenja.

Kada malo latinično slovo, koje služi kao oznaka varijable, parametra i sl., stoji samostalno unutar običnog teksta, bolje ga je pisati s predznakom za mala slova nego s dvostrukim razmakom.

U matematičkom tekstu učinak predznaka za velika ili mala slova poništava:

- razmak
- kraj reda, osim kada se koristi ⠈ (točkica 4) radi prelaska u novi red
- sljedeći predznak za vrstu slova bilo koje vrste.

Brajični znakovi za posebne tipografske oznake koriste se kada tipografska razlika na crnom tisku upućuje na različita matematička značenja. Na primjer, neka su slova ili znamenke pisane podebljano ili drugačijim tiskom.

Kao posebne tipografske oznake koriste se ili ⠐ (točkica 5) ili ⠸ (točkice 4, 5 i 6). Pri tome se mora izabrati znak koji neće u kombinaciji s ostalim brajičnim znakovima dovesti do krivog tumačenja.

*Primjer 1.*

Pisanje slova iza brojeva.

$23a + 5x - 7K$

⠼⠃⠉⠠⠁⠀⠖⠼⠑⠭⠀⠤⠼⠛⠨⠅

*Primjer 2.*

Pisanje malog slova iza razlomka.

$$\frac{2+m}{3-n}x$$

⠆⠼⠃⠀⠖⠍⠀⠳⠀⠼⠉⠀⠤⠝⠰⠠⠭

*Primjer 3.*

Kombinirano pisanje velikih i malih slova.

$DCEm, AbCd, XYZ\ , aBC$

⠘⠙⠉⠑⠠⠍⠂⠀⠨⠁⠠⠃⠨⠉⠠⠙⠂⠀⠘⠭⠽⠵⠂⠀⠁⠘⠃⠉

*Primjer 4.*

Pisanje istaknutih (podebljanih) znamenaka.

8**65**3, 25**84, 1**4**2**7

⠼⠓⠐⠋⠐⠑⠉⠂⠀⠼⠃⠑⠐⠓⠐⠙⠂⠀⠼⠐⠁⠙⠐⠃⠛

*Primjer 5.*

Pisanje istaknutog (podebljanog) broja.

**4591**

⠐⠼⠙⠑⠊⠁ ili ⠸⠼⠙⠑⠊⠁

*Primjer 6.*

Pisanje istaknutog (podebljanog) slova.

$\vec{F} \neq \boldsymbol{F}$

⠨⠒⠂⠨⠋⠀⠲⠶⠸⠨⠋

# 3.2. GRČKA SLOVA

| | | | |
|---|---|---|---|
| Α | α | ⠁ | alfa |
| Β | β | ⠃ | beta |
| Γ | γ | ⠛ | gama |
| Δ | δ | ⠙ | delta |
| Ε | ε | ⠑ | epsilon |
| Ζ | ζ | ⠵ | zeta |
| Η | ε | ⠚ | eta |
| Θ | θ | ⠓ | theta |
| Ι | ι | ⠊ | iota |
| Κ | κ | ⠅ | kapa |
| Λ | λ | ⠇ | lambda |
| Μ | μ | ⠍ | mi |
| Ν | ν | ⠝ | ni |
| Ξ | ξ | ⠭ | ksi |
| *O* | ο | ⠕ | omikron |
| Π | π | ⠏ | pi |
| Ρ | ρ | ⠗ | ro |
| Σ | ς | ⠎ | sigma |
| Τ | τ | ⠞ | tau |
| Υ | υ | ⠥ | ipsilon |
| Φ | φ | ⠋ | fi |
| Χ | χ | ⠉ | hi |
| Ψ | ψ | ⠽ | psi |
| Ω | ω | ⠺ | omega |

Za pisanje grčkih slova koriste se isti znakovi brajice kao i za pisanje latiničnih slova, pa se stoga grčka slova pišu s predznakom ⠰ (točkice 5 i 6), kako bi se mogla razlikovati. Kod pisanja malih grčkih slova iza predznaka se odmah pišu odgovarajuća slova, dok se kod pisanja velikih grčkih slova iza predznaka za grčka slova piše ili predznak za jedno veliko slovo ⠨ (točkice 4 i 6) ili predznak za više velikih slova ⠘ (točkice 4 i 5).

Dakle, za pisanje grčkih slova vrijede ista pravila kao i za latinična, samo se na početku piše predznak za grčka slova.

Predznak za grčka slova poništava:

- razmak
- kraj reda, osim kada se koristi ⠈ (točkica 4) radi prelaska u novi red
- sljedeći predznak za vrstu slova bilo koje vrste.

*Primjer 7.*

Pisanje razdvojenih grčkih slova.

$\alpha + \beta + \gamma = 180°$

⠰⠁⠀⠖⠰⠃⠀⠖⠰⠛⠀⠶⠼⠁⠓⠚⠘⠴

*Primjer 8.*

Pisanje grčkih slova u slijedu.

$l = \frac{r\pi\alpha}{180^0}$

⠇⠀⠶⠆⠗⠰⠏⠁⠳⠼⠁⠓⠚⠘⠴⠰

ili

⠇⠀⠶⠗⠰⠏⠁⠳⠼⠁⠓⠚⠘⠴

*Primjer 9.*

Pisanje malog latiničnog slova iza grčkog slova.

$O = r\pi s$

⠨⠑⠀⠶⠗⠰⠏⠠⠎

*Primjer 10.*

Pisanje velikog grčkog slova.

$\Gamma_{\mathrm{f}} = \{(x, y): x \in \mathcal{D}_{\mathrm{f}}, y = f(x)\}$

⠰⠨⠛⠡⠋⠀⠶⠐⠷⠣⠭⠂⠀⠽⠜⠀⠠⠒⠀⠭⠀⠯⠑⠘⠨⠙⠡⠋⠂⠠
⠀⠀⠽⠀⠶⠋⠣⠭⠜⠐⠾

Napomena

U brajičnoj matematičkoj notaciji grčka slova *eta*, *theta* i *hi* pišu se drugačije nego u običnom tekstu, jer ti brajični znakovi u notaciji imaju posebna značenja.

Ako se ova grčka slova pojavljuju i u matematičkom i u običnom tekstu, ova se razlika mora navesti u posebnoj napomeni.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Η | ε | ⠱ | eta |
| Θ | θ | ⠹ | theta |
| Χ | $\chi$ | ⠯ | hi |

## 3.3. POSEBNO PISANA SLOVA

| | | |
|---|---|---|
| ∑ | ⠯⠎ | suma |
| Δ | ⠯⠙ | diferencija, prirast |
| Π | ⠯⠏ | produkt |
| ∈ | ⠯⠑ | element |
| ∅ | ⠯⠕ | prazan skup |
| ℵ | ⠯⠁ | alef |
| ∀ | ⠯⠂ | za svaki |
| ∃ | ⠯⠢ | postoji takav |
| ∇ | ⠯⠝ | nabla |
| | | |

| | | |
|---|---|---|
| $\partial$ | ⠈⠙ | okruglo d (parcijalna derivacija) |
| $\hbar$ | ⠈⠓ | reducirana Planckova konstanta,<br>Diracova konstanta |
| $\wp$ | ⠈⠏ | Weierstrassova konstanta |
| | | |
| $\mathbb{N}$ | ⠨⠨⠝ | skup prirodnih brojeva |
| $\mathbb{Z}$ | ⠨⠨⠵ | skup cijelih brojeva |
| $\mathbb{Q}$ | ⠨⠨⠟ | skup racionalnih brojeva |
| $\mathbb{R}$ | ⠨⠨⠗ | skup realnih brojeva |
| $\mathbb{C}$ | ⠨⠨⠉ | skup kompleksnih brojeva |
| $\mathbb{H}$ | ⠨⠨⠓ | skup kvaterniona |
| $\mathbb{P}$ | ⠨⠨⠏ | projektivni prostor (pravac) |
| | | |
| $\mathcal{D}$ | ⠘⠨⠙ | domena funkcije |
| $\mathcal{R}$ | ⠘⠨⠗ | kodomena funkcije |
| $\mathcal{Im}$ | ⠘⠨⠊⠍ | slika funkcije |
| $\mathcal{C}$ | ⠘⠨⠉ | komplement skupa |
| $\mathcal{A}$ | ⠘⠨⠁ | afini prostor |
| $\mathcal{E}$ | ⠘⠨⠑ | euklidski prostor |
| $\mathcal{P}$ | ⠘⠨⠏ | partitivni skup |
| $\mathcal{L}$ | ⠘⠨⠇ | Laplaceova transformacija |

Neki matematički simboli potječu od velikih grčkih slova (suma od velike sigme, produkt od velikog pi i sl.), ali se ne pišu na potpuno isti način, stoga i na brajici za njih postoje posebni znakovi.

Isto tako i oznake za neke posebne skupove brojeva ne pišu se običnim velikim latiničnim slovima pa i za njih imamo posebne brajične znakove, kao i za standardne oznake koje se pišu velikim pisanim slovima, kao i za oznake koje su nastale od malih latiničnih slova.

Ako je potrebno, po istom uzorku mogu se oblikovati i novi brajični znakovi.

Sljedeća tablica može poslužiti kao orijentir, ali ne i kao strogo pravilo, za tvorbu brajičnih znakova.

| | |
|---|---|
| ⠯ | predznak za znakove koji potječu od slova drugih pisama (grčko, hebrejsko i dr.) |
| ⠈ | predznak za znakove koji potječu od malih latiničnih slova |
| ⠘⠨ | predznak za velika pisana slova |
| ⠨⠨ | predznak za posebno podebljana velika slova |

Mala grčka slova *pi* za Ludolfov broj, *ro* za gustoću ili radijus upisane kružnice i sl. ne razlikuju se od običnih malih grčkih slova, pa se i pišu na uobičajeni način, kao mala grčka slova.

*Primjer 11*.

Pisanje znaka za sumiranje.

$$\sum_{k=1}^{n}(2k-1)=n^2$$

⠯⠎⠡⠅⠈⠶⠼⠁⠌⠝⠀⠣⠼⠃⠅⠀⠤⠼⠁⠜⠀⠶⠝⠌⠆

ili

⠯⠎⠡⠅⠀⠶⠼⠁⠱⠌⠝⠀⠣⠼⠃⠅⠀⠤⠼⠁⠜⠀⠶⠝⠌⠆

*Primjer 12.*

Pisanje reducirane Planckove konstante.

$$\hbar=\frac{h}{2\pi}$$

⠈⠓⠀⠶⠓⠳⠼⠃⠰⠏

*Primjer 13.*

Pisanje skupova brojeva.

$\mathbb{N} = \{1,2,3, \dots\};\ \mathbb{N}_0 = \{0,1,2,3, \dots\}$

⠨⠨⠝⠀⠶⠠⠷⠼⠁⠂⠀⠼⠃⠂⠀⠼⠉⠂⠀⠄⠄⠄⠐⠾⠠⠆
⠨⠨⠝⠡⠴⠀⠶⠠⠷⠼⠚⠂⠀⠼⠁⠂⠀⠼⠃⠂⠀⠼⠉⠂⠀⠄⠄⠄⠐⠾

*Primjer 14.*

Pisanje pisanih velikih slova.

$\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$

⠘⠨⠙⠡⠋⠀⠶⠀⠨⠨⠗

# 3.4. OZNAKE NASTALE OD KRATICA ZA RIJEČI

Oznake za neke funkcije i veličine nastale su od kratica za riječi. To se uglavnom odnosi na oznake za trigonometrijske, hiperbolne i logaritamske funkcije te na oznake u matematičkoj analizi. Kao i na crnom tisku, tako i na brajici, one se moraju razlikovati od ostalih oznaka, kao što su oznake za varijable i sl. U tu svrhu koriste se predznaci ⠫ (točkice 1, 2, 4 i 6) i ⠼ (točkice 3, 4, 5 i 6).

## NEKE OZNAKE S PREDZNAKOM ⠫

| | | |
|---|---|---|
| sin | ⠫⠎ | sinus |
| cos | ⠫⠉ | kosinus |
| tan, tg | ⠫⠞ | tangens |
| cotan, ctg | ⠫⠳ | kotangens |
| arcsin | ⠫⠂⠎ | arkus sinus |
| arccos | ⠫⠂⠉ | arkus kosinus |
| arctan, arctg | ⠫⠂⠞ | arkus tangens |
| arccot, arcctg | ⠫⠂⠳ | arkus kotangens |

| | | |
|---|---|---|
| log, lg | ⠫⠇ | logaritam |
| ln | ⠫⠦⠇ | prirodni logaritam |
| antilog | ⠫⠂⠇ | antilogaritam |
| $Re$ | ⠫⠢ | realni dio |
| $Im$ | ⠫⠔ | imaginarni dio |
| $Res$ | ⠫⠿ | reziduum |

## NEKE OZNAKE S PREDZNAKOM ⠼

| | | |
|---|---|---|
| $const., konst.$ | ⠼⠅ | konstanta |
| $Const., Konst.$ | ⠼⠨⠅ | konstanta |
| $lim$ | ⠼⠇ | limes |
| $max$ | ⠼⠭ | maksimum |
| $min$ | ⠼⠝ | minimum |
| $mod$ | ⠼⠍ | modulo |
| $sgn$ | ⠼⠎ | signum |

*Primjer 15.*

Pisanje funkcije signum.

$x = sgn\, x \cdot |x|$

⠭⠀⠶⠼⠎⠠⠭⠀⠄⠈⠇⠭⠈⠇

Ako za neku oznaku crnog tiska ne postoji definirana skraćena brajična oznaka simbol za ovu oznaku tvori se pomoću predznaka za kratice ⠻ (točkice 1, 2, 4, 5 i 6) i kratice crnog tiska.

Također, u tekstu za koji se ne očekuje da će čitatelj poznavati skraćene brajične oznake za funkcije, dozvoljeno je simbole za ove funkcije pisati i s predznakom za kratice ⠻  (točkice 1, 2, 4, 5 i 6) i kraticom crnog tiska.

## NEKE OZNAKE S PREDZNAKOM ⠻

| | | |
|---|---|---|
| | ⠻ | predznak za kratice |
| *sin* | ⠻⠎⠊⠝ | sinus |
| *cos* | ⠻⠉⠕⠎ | kosinus |
| *log* | ⠻⠇⠕⠛ | logaritam |
| *Det* | ⠻⠨⠙⠑⠞ | determinanta |
| *mod* | ⠻⠍⠕⠙ | modulo |
| *inf* | ⠻⠊⠝⠋ | infimum |
| *sup* | ⠻⠎⠥⠏ | supremum |

Iza oznake funkcije ne piše se razmak ako je argument:

- broj
- skraćeno pisani razlomak kojemu su brojnik i nazivnik prirodni brojevi ili mješoviti broj
- jednostavan umnožak
- slovo pisano s predznakom (veliko ili malo, latinično ili grčko).

Ako je argument malo latiničko slovo piše se bez razmaka s predznakom za mala latinička slova ⠠ (točkica 6).

U svim drugim slučajevima, između funkcije i argumenta piše se razmak.

Ako argument sadrži razmak, razlomak ili zagradu, ispred njega se piše razmak. Svi argumenti u obliku razlomaka, osim skraćeno pisanih brojčanih razlomaka, pišu se sa znakovima za početak i kraj razlomka.

# 4. OPERACIJE I RELACIJE

Operacije i relacije pojavljuju se u različitim područjima matematike: aritmetici, algebri, teoriji skupova, logici, geometriji... Na brajici se ispred znakova za relacije i operacije stavlja razmak, a iza ga nema (uz neke iznimke).

## 4.1. OPERACIJE

| | | |
|---|---|---|
| $+$ | ⠖ | plus |
| $-$ | ⠤ | minus |
| $\pm$ | ⠖⠤ | plus-minus |
| $\mp$ | ⠤⠖ | minus-plus |
| $\cdot$ | ⠄ | puta kao točka |
| $\times$ | ⠦ | puta kao x |
| $*$ | ⠔ | puta kao zvjezdica |
| $\circ$ | ⠴ | kompozicija (kružić) |
| $:$ | ⠒ | podijeljeno, u omjeru |
| $-$ | ⠳ | razlomačka crta |
| $!$ | ⠫ | faktorijela |
| $\oplus$ | ⠖⠴ | ortogonalna suma prostora |
| $\otimes$ | ⠦⠴ | direktni produkt |

Ispred gotovo svih znakova operacija stoji razmak, a iza ga nema. Iznimke su faktorijela, razlomačka crta i puta kao točka.

Ispred znaka za faktorijelu nema razmaka, a iza može stajati razmak kada bi moglo doći do nejasnog tumačenja zbog brojnih oznaka za funkcije koje počinju znakom ⠫ (točkice 1, 2, 4 i 6).
O pisanju razlomaka govori se u poglavlju 7.

Ispred znaka puta kao točka može, ali ne mora, stajati razmak.

*Primjer 1.*

Pisanje zbrajanja i oduzimanja.

$3 - 4 + 5 = 4$

⠼⠉⠀⠤⠼⠙⠀⠖⠼⠑⠀⠶⠼⠙

$x + 5 = 7 - x$

⠭⠀⠖⠼⠑⠀⠶⠼⠛⠀⠤⠭

*Primjer 2.*

Pisanje množenja.

$35 \cdot 5 = 175$

⠼⠉⠑⠀⠄⠼⠑⠀⠶⠼⠁⠛⠑

ili

⠼⠉⠑⠄⠼⠑⠀⠶⠼⠁⠛⠑

$7 \cdot (-11) = -77$

⠼⠛⠀⠄⠣⠤⠼⠁⠁⠜⠀⠶⠤⠼⠛⠛

ili

⠼⠛⠄⠣⠤⠼⠁⠁⠜⠀⠶⠤⠼⠛⠛

$x \cdot y = y \cdot x$

⠭⠀⠄⠽⠀⠶⠽⠀⠄⠭

ili

⠭⠄⠽⠀⠶⠽⠄⠭

$25 \times 14 = 350$ ili $25 * 14 = 350$

⠼⠃⠑⠀⠦⠼⠁⠙⠀⠶⠼⠉⠑⠚ ili ⠼⠃⠑⠀⠔⠼⠁⠙⠀⠶⠼⠉⠑⠚

*Primjer 3.*

Pisanje dijeljenja.

$128 : 4 = 32$

⠼⠁⠃⠓⠀⠒⠼⠙⠀⠶⠼⠉⠃

$2\mathrm{x} : \mathrm{x} = 2$

⠼⠃⠭⠀⠒⠭⠀⠶⠼⠃

*Primjer 4.*

Pisanje kompozicije funkcija.

$(\mathrm{f} \circ \mathrm{g})(\mathrm{x}) = \mathrm{f}\big(\mathrm{g}(\mathrm{x})\big)$

⠣⠋⠀⠴⠛⠜⠣⠭⠜⠀⠶⠋⠣⠛⠣⠭⠜⠜

*Primjer 5.*

Pisanje faktorijela.

$\mathrm{n}! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (\mathrm{n} - 1) \cdot \mathrm{n}$

⠝⠫⠀⠶⠼⠁⠀⠄⠼⠃⠀⠄⠼⠉⠀⠄⠄⠄⠄⠀⠄⠣⠝⠀⠤⠼⠁⠜⠀⠄⠝
ili

⠝⠫⠀⠶⠼⠁⠄⠼⠃⠄⠼⠉⠄⠄⠄⠄⠄⠣⠝⠀⠤⠼⠁⠜⠄⠝

$(t - 1)! \cdot t = t!$
⠣⠞⠀⠤⠼⠁⠜⠫⠀⠄⠞⠀⠶⠞⠫

ili

⠣⠞⠀⠤⠼⠁⠜⠫⠄⠞⠀⠶⠞⠫

$(t-1)!\,t = t!$

⠣⠞⠀⠤⠼⠁⠜⠫⠀⠞⠀⠶⠞⠫
ili

⠣⠞⠀⠤⠼⠁⠜⠫⠈⠞⠀⠶⠞⠫

## 4.2. RELACIJE

| | | |
|---|---|---|
| $=$ | ⠶ | jednako |
| $\neq$ | ⠲⠶ | različito (nije jednako) |
| $\approx$ | ⠢⠢ | približno jednako |
| $\backsim$ | ⠢ | proporcionalno |
| $\nsim$ | ⠲⠢ | nije proporcionalno |
| $\equiv$ | ⠶⠶ | kongruentno, identički jednako |
| $\not\equiv$ | ⠲⠶⠶ | nije kongruentno, nije indentički jednako |
| $\coloneqq$ | ⠒⠶ | po definiciji jednako |
| $\eqqcolon$ | ⠶⠒ | po definiciji jednako |
| ∺ | ⠒⠶⠒ | međusobno zamjenljivi |
| $\leq$ | ⠪⠶ | manje ili jednako |
| $\nleq$ | ⠲⠪⠶ | nije manje ili jednako |
| $<$ | ⠪⠄ | manje od |
| $\ll$ | ⠪⠪⠄ | mnogo manje od |
| $\nless$ | ⠲⠪⠄ | nije manje od |
| $\geq$ | ⠕⠶ | veće ili jednako |
| $\ngeq$ | ⠲⠕⠶ | nije veće ili jednako |
| $>$ | ⠕⠂ | veće od |
| $\gg$ | ⠕⠕⠂ | mnogo veće od |
| $\ngtr$ | ⠲⠕⠂ | nije veće od |

| | | |
|---|---|---|
| ≷ | ⠕⠂⠪⠄ | veće ili manje od |
| ≶ | ⠪⠄⠕⠂ | manje ili veće od |
| ⋛ | ⠕⠶⠪⠄ | veće, jednako ili manje od |
| ⋚ | ⠪⠶⠕⠂ | manje, jednako ili veće od |
| ≙ | ⠬⠶ | slagati se |
| ⩯ | ⠬⠢⠢ | približno se slagati |
| \| | ⠈⠇ | dijeli |
| ∤ | ⠲⠈⠇ | ne dijeli |

Ispred znakova za relacije stoji razmak, a iza njih ga nema. Na crnom tisku neke od relacija pišu se na više načina (znakovi veće ili jednako i sl.). Na brajici oni se uvijek pišu na isti način bez obzira kako su napisani na crnom tisku.

Znak |, kao i znak / ponekad se na crnom tisku koriste, ne kao znak relacije djeljivosti i razlomačka crta, nego za odvajanje operacije koja se odnosi na korak u rješavanju jednadžbi i nejednadžbi. U tom slučaju ovi se znakovi na brajici odvajaju od osnovnog dijela s najmanje dva razmaka (primjeri 10. i 11.).

*Primjer 6.*

Pisanje znakova uspoređivanja.

$3x - 4 < 9$

⠼⠉⠭⠀⠤⠼⠙⠀⠪⠄⠼⠊

$2x + 7 \geq 4 - 6x$

⠼⠃⠭⠀⠖⠼⠛⠀⠕⠶⠼⠙⠀⠤⠼⠋⠭

*Primjer 7.*

Pisanje znaka približno.

$\pi \approx 3.14$

⠰⠏⠀⠢⠢⠼⠉⠄⠁⠙

*Primjer 8.*

Pisanje znaka kongruentnosti.

$12 \equiv 7(mod\ 5)$

⠼⠁⠃⠀⠶⠶⠼⠛⠣⠻⠍⠕⠙⠼⠑⠜

ili

⠼⠁⠃⠀⠶⠶⠼⠛⠀⠣⠻⠍⠕⠙⠼⠑⠜

*Primjer 9.*

Pisanje znaka djeljivosti.

$6 \mid \mathrm{n}^3 + 11\mathrm{n}$

⠼⠋⠀⠈⠇⠝⠌⠒⠀⠖⠼⠁⠁⠝

$4 \nmid (2\mathrm{n} - 1)^2$

⠼⠙⠀⠲⠈⠇⠣⠼⠃⠝⠀⠤⠼⠁⠜⠌⠆

*Primjer 10.*

Pisanje rješavanja jednadžbi.

$(2x\text{-}5)^2 = 121 \quad |\sqrt{\ }$

$2x\text{-}5 = \pm 11$

⠣⠼⠃⠭⠀⠤⠼⠑⠜⠌⠆⠀⠶⠼⠁⠃⠁⠀⠀⠈⠇⠩
⠼⠃⠭⠀⠤⠼⠑⠀⠶⠖⠤⠼⠁⠁

ili

$(2x-5)^2=121 \quad /\sqrt{\ }$

$2x-5=\pm 11$

⠣⠼⠃⠭⠀⠤⠼⠑⠜⠌⠆⠀⠶⠼⠁⠃⠁⠀⠀⠳⠩
⠼⠃⠭⠀⠤⠼⠑⠀⠶⠖⠤⠼⠁⠁

*Primjer 11.*

Pisanje rješavanja nejednadžbi.

$-3x<231 \quad |:(-3)$

$x>-77$

⠤⠼⠉⠭⠀⠪⠄⠼⠃⠉⠁⠀⠀⠈⠇⠒⠣⠤⠼⠉⠜
⠭⠀⠕⠂⠤⠼⠛⠛

ili

$-3x<231 \quad /:(-3)$

$x>-77$

⠤⠼⠉⠭⠀⠪⠄⠼⠃⠉⠁⠀⠀⠳⠒⠣⠤⠼⠉⠜
⠭⠀⠕⠂⠤⠼⠛⠛

# 4.3. SKUPOVI I MATEMATIČKA LOGIKA

| | | |
|---|---|---|
| ∈ | ⠯⠑ | element |
| ∋ | ⠯⠔ | sadrži kao element |

| | | |
|---|---|---|
| ∉ | ⠲⠯⠑ | nije element |
| ∪ | ⠩⠄ | unija skupova |
| ∩ | ⠬⠄ | presjek skupova |
| \ | ⠡⠄ | razlika skupova |
| Δ | ⠌⠄ | simetrična razlika skupova |
| ⊔ | ⠩⠒ | disjunktna unija |
| ⊓ | ⠬⠒ | disjunktni presjek |
| ⊆ | ⠣⠶ | podskup |
| ⊈ | ⠲⠣⠶ | nije podskup |
| ⊂ | ⠣⠄ | pravi podskup |
| ⊄ | ⠲⠣⠄ | nije pravi podskup |
| ⊇ | ⠜⠶ | nadskup |
| ⊉ | ⠲⠜⠶ | nije nadskup |
| ⊃ | ⠜⠂ | pravi nadskup |
| ⊅ | ⠲⠜⠂ | nije pravi nadskup |
| ¬ | ⠒⠔ | negacija |
| ∨ | ⠩⠂ | ili (vel) |
| ∧ | ⠬⠂ | i (et) |

Ispred znakova za operacije i relacije  sa skupovima stoji razmak, a iza njih ga nema.

*Primjer 12.*

Pisanje operacija sa skupovima.

$A \cap B = B \cap A$

⠨⠁⠀⠬⠄⠨⠃⠀⠶⠨⠃⠀⠬⠄⠨⠁

$(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$

⠣⠨⠁⠀⠩⠄⠨⠃⠜⠀⠡⠄⠨⠉⠀⠶⠣⠨⠁⠀⠡⠄⠨⠉⠜⠀⠩⠄⠣⠨⠃⠀⠡⠄⠨⠉⠜

*Primjer 13.*

*Pisanje relacija sa skupovima.*

$A \subseteq B \subseteq C$

⠨⠁⠀⠣⠶⠨⠃⠀⠣⠶⠨⠉

$\mathbb{Z} \supseteq \mathbb{N}$

⠨⠨⠵⠀⠜⠶⠨⠨⠝

*Primjer 14.*

*Pisanje implikacije i znaka ili.*

$x \rightarrow (x \vee y)$

⠭⠀⠒⠒⠕⠀⠣⠭⠀⠩⠂⠽⠜

# 4.4. GEOMETRIJA

| | | |
|---|---|---|
| $\cong$ | ⠢⠶ | sukladno, kongruentno |
| $\ncong$ | ⠲⠢⠶ | nije sukladno, nije kongruentno |
| $\sim$ | ⠢ | slično |
| $\nsim$ | ⠲⠢ | nije slično |
| $\simeq$ | ⠢⠒ | homotetično |
| $\not\simeq$ | ⠲⠢⠒ | nije homotetično |
| $\overline{\wedge}$ | ⠒⠬ | projektivno sa |
| $\overline{\overline{\wedge}}$ | ⠶⠬ | perspektivno sa |
| $\perp$ | ⠼⠄ | okomito |
| $\parallel$ | ⠈⠿ | paralelno |
| ⋕ | ⠈⠿⠶ | paralelno i jednako |

*Primjer 15.*

Pisanje sukladnosti dužina.

$\overline{AB} \cong \overline{CD}$

⠨⠒⠘⠁⠃⠀⠢⠶⠨⠒⠘⠉⠙

*Primjer 16.*

Pisanje sličnosti trokuta.

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$

⠻⠲⠘⠁⠃⠉⠀⠢⠻⠲⠘⠙⠑⠋

*Primjer 17.*

Pisanje paralelnosti i okomitosti.

$\overline{AB} \parallel p$

⠨⠒⠘⠁⠃⠀⠈⠿⠏

$a \perp b$

⠈⠀⠼⠄⠃

# 5. ZAGRADE I OKOMITE CRTE

| | | |
|---|---|---|
| ( | ⠣ | otvorena okrugla zagrada |
| ) | ⠜ | zatvorena okrugla zagrada |
| [ | ⠷ | otvorena uglata zagrada |
| ] | ⠾ | zatvorena uglata zagrada |
| { | ⠐⠷ | otvorena vitičasta zagrada |
| } | ⠐⠾ | zatvorena vitičasta zagrada |
| ⟨ | ⠠⠷ | otvorena šiljasta zagrada |
| ⟩ | ⠠⠾ | zatvorena šiljasta zagrada |
| < | ⠨⠷ | otvorena šiljasta zagrada (2. oblik) |
| > | ⠨⠾ | zatvorena šiljasta zagrada (2. oblik) |
| ⌈ | ⠐⠘⠷ | gornja lijeva uglata zagrada |
| ⌉ | ⠐⠘⠾ | gornja desna uglata zagrada |
| ⌊ | ⠐⠰⠷ | donja lijeva uglata zagrada |
| ⌋ | ⠐⠰⠾ | donja desna uglata zagrada |
| \| | ⠈⠇ | okomita crta, apsolutna vrijednost, modul |
| ‖ | ⠈⠿ | dvostruka okomita crta, modul |
| ⎨ | ⠨⠐⠷ | vitičasta zagrada kroz više redova |
| | ⠼⠣ | otvorena posebna brajična okrugla zagrada |
| | ⠼⠜ | zatvorena posebna brajična okrugla zagrada |
| | ⠼⠷ | otvorena posebna brajična uglata zagrada |
| | ⠼⠾ | zatvorena posebna brajična uglata zagrada |
| | ⠼⠐⠷ | otvorena posebna brajična vitičasta zagrada |
| | ⠼⠐⠾ | zatvorena posebna brajična vitičasta zagrada |
| | ⠰⠳ | prijelaz u novi redak unutar zagrade |
| | ⠠⠰⠶ | znak za početak i kraj objašnjenja u brajičnom izdanju |
| | ⠯⠒ | znak za početak teksta na koji se odnose vodoravna objašnjenja |
| | ⠯ | znak za kraj teksta na koji se odnose vodoravna objašnjenja |

# 5.1. JEDNOSTAVNE ZAGRADE I MODULI

Iza otvorene zagrade (okrugle, uglate, vitičaste i sl.), kao ni ispred zatvorene zagrade, u brajici nema razmaka. Hoće li ispred otvorene, odnosno iza zatvorene zagrade biti razmak ovisi o susjednim znakovima i složenosti sadržaja.

Isto vrijedi i za pisanje modula i apsolutne vrijednosti. Ako između dvije apsolutne vrijednosti koje se množe na crnom tisku nema znaka za množenje, tada se na brajici mora staviti razmak ili znak množenja, kako bi bilo jasno gdje počinje i završava svaka od apsolutnih vrijednosti (vidi primjer 7.).

Na crnom tisku vanjske zagrade ponekad su nešto veće od unutarnjih, pogotovo kada se koriste iste vrste zagrada. Na brajici se ova razlika obično može zanemariti jer je uglavnom nebitna za razumijevanje matematičkog sadržaja.

Ako se ova razlika ipak želi istaknuti, koriste se posebne brajične zagrade s predznakom ⠼ (točkice 3, 4, 5 i 6) (vidi primjer 4).

U matematičkim tekstovima na crnom tisku neki dijelovi mogu biti istaknuti na više načina: bojom, debljinom tiska, prostornim rasporedom i sl. Često se to odnosi na same zagrade ili njihov sadržaj.

Ako je te dijelove potrebno istaknuti i na brajici, koriste se posebne brajične zagrade s predznakom ⠼ (točkice 3, 4, 5 i 6). Ovo je svakako bolje rješenje nego predznaci za posebna isticanja ⠐ (točkica 5) ili ⠸ (točkice 4, 5 i 6).

Složene matematičke izraze, radi lakšeg razumijevanja, ponekad je dobro organizirati (podijeliti) u jednostavnije izraze pomoću dodatnih brajičnih zagrada s predznakom ⠼ (točkice 3, 4, 5 i 6) i kada to nije učinjeno i na crnom tisku.

Kada se koriste zagrade s predznakom ⠼ (točkice 3, 4, 5 i 6), pogotovo kada se tako želi postići bolje organiziranje teksta, na brajici je poželjno navesti objašnjenja u posebnim zagradama za brajična objašnjenja.

Intervali se na crnom tisku pišu na više načina. Ponekad se za otvoreni početak ili kraj intervala koristi obrnuta uglata zagrada ili okrugla zagrada umjesto šiljaste zagrade.

I kada su za pisanje intervala na crnom tisku korištene okrugle zagrade, na brajici se preporučuje upotreba šiljastih zagrada, jer bi se interval ponekad mogao zamijeniti s uređenim parom ili nekom drugom oznakom.

*Primjer 1.*

Pisanje različitih zagrada.

$2x + \{3 - [4x + (6 - 9x)]\} = -21$

⠼⠃⠭⠀⠖⠐⠷⠼⠉⠀⠤⠷⠼⠙⠭⠀⠖⠣⠼⠋⠀⠤⠼⠊⠭⠜⠾⠐⠾⠀⠶⠤⠼⠃⠁

*Primjer 2.*

Pisanje umnoška zagrada.

$f(x) = (x + 4)(5 - x)$

⠋⠣⠭⠜⠀⠶⠣⠭⠀⠖⠼⠙⠜⠣⠼⠑⠀⠤⠼⠭⠜

ili

⠋⠣⠭⠜⠀⠶⠣⠭⠀⠖⠼⠙⠜⠀⠣⠼⠑⠀⠤⠼⠭⠜

$x(x + 2) - (x - 1)^2$

⠭⠣⠭⠀⠖⠼⠃⠜⠀⠤⠣⠭⠀⠤⠼⠁⠜⠌⠆

ili

⠭⠣⠭⠀⠖⠼⠃⠜⠀⠤⠣⠭⠀⠤⠼⠁⠜⠌⠆

*Primjer 3.*

Pisanje funkcija najveće cijelo i najmanje cijelo.

$\lfloor 2.5 \rfloor = 2$

⠐⠰⠷⠼⠃⠄⠑⠐⠰⠾⠀⠶⠼⠃

$\lceil 3.14 \rceil = 4$

⠐⠘⠷⠼⠁⠄⠁⠙⠐⠘⠾⠀⠶⠼⠙

*Primjer 4.*

Pisanje posebnih brajičnih zagrada.

$\sin(x + (2k + 1)\pi)$

⠫⠎⠀⠣⠭⠀⠖⠣⠼⠃⠅⠀⠖⠼⠁⠜⠰⠏⠜

ili

⠫⠎⠀⠼⠣⠭⠀⠖⠣⠼⠃⠅⠀⠖⠼⠁⠜⠰⠏⠼⠜

$tg((x - 1)^2) = \sqrt{3}$

⠫⠞⠀⠣⠣⠭⠀⠤⠼⠁⠜⠌⠆⠜⠀⠶⠩⠼⠉

ili

⠫⠞⠀⠼⠣⠣⠭⠀⠤⠼⠁⠜⠌⠆⠼⠜⠀⠶⠩⠼⠉

*Primjer 5.*

Pisanje intervala.

$\langle -4, 6]$

⠠⠷⠤⠼⠙⠂⠀⠼⠋⠾

$\langle 0,6\rangle$

⠠⠷⠼⠚⠂⠀⠼⠋⠠⠾

$\langle -\infty, 8]$

⠠⠷⠤⠼⠿⠂⠀⠼⠓⠾

$]-\infty;\ 8]$

⠾⠤⠼⠿⠆⠀⠼⠓⠾⠀

$(2,7)$

⠠⠷⠼⠃⠂⠀⠼⠛⠠⠾
ili

⠣⠼⠃⠂⠀⠼⠛⠜⠀

*Primjer 6.*

Pisanje apsolutne vrijednosti i modula.

$|-5| = |5| = 5$

⠈⠇⠤⠼⠑⠈⠇⠀⠶⠈⠇⠼⠑⠈⠇⠀⠶⠼⠑

$|2x-5|$

⠈⠇⠼⠃⠭⠀⠤⠼⠑⠈⠇

$\big||x+1|-3\big| = 5$

⠈⠇⠈⠇⠭⠀⠖⠼⠁⠈⠇⠀⠤⠼⠉⠈⠇⠀⠶⠼⠑

$\|a\|$

⠈⠿⠁⠈⠿

$\|\alpha X\| = |\ \alpha\ | \cdot \|X\|$

⠈⠿⠰⠁⠨⠭⠈⠿⠀⠶⠈⠇⠰⠁⠈⠇⠀⠄⠈⠿⠨⠭⠈⠿

*Primjer 7.*

Pisanje množenja apsolutnih vrijednosti.

$\left|8 - \left|\sqrt{5} - 5\right|\left|3 - \sqrt{3}\right|\right|$

⠈⠇⠼⠓⠀⠤⠈⠇⠩⠼⠑⠀⠤⠼⠑⠈⠇⠀⠈⠇⠼⠉⠀⠤⠩⠼⠉⠈⠇⠈⠇

ili

⠈⠇⠼⠓⠀⠤⠈⠇⠩⠼⠑⠀⠤⠼⠑⠈⠇⠀⠄⠈⠇⠼⠉⠀⠤⠩⠼⠉⠈⠇⠈⠇

## 5.2. ZAGRADE KOJE SADRŽE VIŠE REDOVA

Pod zagradama koje sadrže više redova podrazumijevaju se:

- vitičaste zagrade koje obuhvaćaju više redova (kod zadavanja funkcija i sl.)
- binomni koeficijenti
- matrice
- determinante.

Vitičasta zagrada koja obuhvaća više redova piše se ⠨⠐⠷ i iza nje nema razmaka.

Znak ⠰⠳ (točkice 5 i 6; točkice 1, 2, 5 i 6) označava prijelaz u novi red kod zagrada koje na crnom tisku obuhvaćaju više redova. Ispred i iza njega stoji razmak, osim kod pisanja binomnog koeficijenta i matrica s jednim stupcem.

Kod pisanja matrica i determinanti, unutar članova mogu se pojaviti računske operacije. U tim slučajevima bolje je te računske operacije pisati sa znakom za povezivanje ⠈ (točkica 4) umjesto razmaka. Tada je između članova matrice (determinante) dovoljan jedan razmak. Ako se ne koristi znak za povezivanje, između članova matrice (determinante) mora biti najmanje dva razmaka.

Na brajici se matrice i determinante mogu pisati na dva načina.

Prvi način:

- prvo se piše otvorena zagrada, iza koje nema razmaka
- redom se pišu članovi matrice
- redovi matrice odvajaju se znakom ⠰⠳ (točkice 5 i 6; točkice 1, 2, 5 i 6) ispred i iza kojeg stoji razmak
- na kraju, bez razmaka, piše se zatvorena zagrada.

Drugi način koristi se kod usvajanja koncepta matrice oponašajući prikaz s crnog tiska preko više redova. U ovom načinu

- otvorena i zatvorena zagrada pišu se u svakom redu brajičnog zapisa jedna ispod druge
- ne pišu se znakovi za prijelaz u novi redak unutar zagrade
- odgovarajući članovi su jedan ispod drugoga kako bi se lakše uočili stupci matrice
- sve računske operacije pišu se sa znakom za povezivanje ⠈ (točkica 4)
- izbjegavaju se veliki razmaci između članova istog retka matrice.

Ovaj način pisanja matrica zauzima mnogo više prostora, pa ga treba izbjegavati, ako je to moguće. Koristi se samo kada je to nužno ili je tako bolje vidljiva svrha upotrebe matrica (npr. pisanje permutacija u obliku matrice i sl.).

Za pisanje determinanti vrijede ista pravila kao i za pisanje matrica, osim što na početku i na kraju determinante stoji znak ⠈⠇ (točkica 4, točkice 1, 2 i 3).

*Primjer 8.*

Pisanje vitičaste zagrade kroz više redova.

$$|\mathrm{x}| = \begin{cases} \mathrm{x} \ \ \mathrm{za\ x} > 0 \\ 0 \ \ \mathrm{za\ x} = 0 \\ -\mathrm{x} \ \ \mathrm{za\ x} < 0 \end{cases}$$

⠈⠇⠭⠈⠇⠀⠶⠨⠐⠷⠭⠀⠀⠵⠁⠀⠀⠭⠀⠕⠂⠼⠚⠀⠰⠳⠠
⠀⠀⠼⠚⠀⠀⠵⠁⠀⠀⠭⠀⠶⠼⠚⠀⠰⠳⠠
⠀⠀⠤⠭⠀⠀⠵⠁⠀⠀⠭⠀⠪⠄⠼⠚

ili

⠈⠇⠭⠈⠇⠀⠶⠨⠐⠷⠭⠀⠀⠵⠁⠀⠀⠭⠀⠕⠂⠼⠚⠠
⠀⠀⠰⠳⠀⠼⠚⠀⠀⠵⠁⠀⠀⠭⠀⠶⠼⠚⠠
⠀⠀⠰⠳⠀⠤⠭⠀⠀⠵⠁⠀⠀⠭⠀⠪⠄⠼⠚

*Primjer 9.*

Pisanje binomnog koeficijenta.

$$\binom{6}{4}$$

⠣⠼⠋⠰⠳⠼⠙⠜

$$\binom{n}{k}$$

⠣⠝⠰⠳⠅⠜

$$\binom{n+1}{k+1}$$

⠣⠝⠀⠖⠼⠁⠀⠰⠳⠅⠀⠖⠼⠁⠜

*Primjer 10.*

Pisanje matrica.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$$

⠣⠼⠁⠀⠼⠃⠀⠰⠳⠀⠼⠙⠀⠤⠼⠑⠜

ili

⠣⠼⠁⠀⠀⠀⠼⠃⠜
⠣⠼⠙⠀⠀⠤⠼⠑⠜

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

⠣⠁⠀⠃⠀⠰⠳⠀⠉⠀⠙⠜

ili

⠣⠁⠀⠃⠜
⠣⠉⠀⠙⠜

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

⠣⠼⠁⠀⠼⠃⠀⠼⠉⠀⠼⠙⠀⠼⠑⠀⠰⠳⠀⠼⠙⠀⠼⠑⠀⠼⠉⠀⠼⠁⠀⠼⠃⠜

ili

⠣⠼⠁⠀⠼⠃⠀⠼⠉⠀⠼⠙⠀⠼⠑⠜
⠣⠼⠙⠀⠼⠑⠀⠼⠉⠀⠼⠁⠀⠼⠃⠜

$$\begin{pmatrix} x-4 & 7 \\ 9 & 2x+4 \end{pmatrix}$$

⠣⠭⠀⠤⠼⠙⠀⠀⠀⠼⠛⠀⠰⠳⠀⠼⠊⠀⠀⠀⠼⠃⠭⠀⠖⠼⠙⠜

ili

⠣⠭⠈⠤⠼⠙⠀⠼⠛⠀⠰⠳⠀⠼⠊⠀⠼⠃⠭⠈⠖⠼⠙⠜

ili

⠣⠭⠈⠤⠼⠙⠀⠀⠀⠀⠀⠼⠛⠜
⠣⠼⠊⠀⠀⠀⠼⠃⠭⠈⠖⠼⠙⠜

*Primjer 11.*

Pisanje velikih matrica.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

⠣⠁⠡⠂⠂⠀⠁⠡⠂⠆⠀⠄⠄⠄⠀⠁⠡⠼⠁⠝⠀⠰⠳⠠
⠀⠀⠁⠡⠆⠂⠀⠁⠡⠆⠆⠀⠄⠄⠄⠀⠁⠡⠼⠃⠝⠀⠰⠳⠠
⠀⠀⠠⠠⠠⠀⠰⠳⠠
⠀⠀⠁⠡⠝⠼⠁⠀⠁⠡⠝⠼⠃⠀⠄⠄⠄⠀⠁⠡⠝⠝⠜

*Primjer 12.*

Pisanje matrice sustava jednadžbi.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 7 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 7 \end{array}\right)$$

⠣⠼⠃⠀⠤⠼⠁⠀⠼⠉⠀⠈⠇⠀⠼⠁⠀⠰⠳⠀⠼⠉⠀⠼⠁⠀⠼⠛⠀⠈⠇⠀⠼⠉⠠
⠀⠀⠰⠳⠀⠼⠃⠀⠼⠃⠀⠼⠙⠀⠈⠇⠀⠼⠛⠜

ili

⠣⠼⠃⠀⠤⠼⠁⠀⠼⠉⠀⠈⠇⠀⠼⠁⠜
⠣⠼⠉⠀⠀⠼⠁⠀⠼⠛⠀⠈⠇⠀⠼⠉⠜
⠣⠼⠃⠀⠀⠼⠃⠀⠼⠙⠀⠈⠇⠀⠼⠛⠜

*Primjer 13.*

Pisanje matrice unutar uglatih zagrada.

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 9 & 8 & 4 \\ 0 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

⠷⠼⠉⠀⠼⠑⠀⠼⠁⠀⠰⠳⠀⠼⠊⠀⠼⠓⠀⠼⠙⠀⠰⠳⠀⠼⠚⠀⠼⠁⠀⠼⠋⠾

ili

⠷⠼⠉⠀⠼⠑⠀⠼⠁⠾
⠷⠼⠊⠀⠼⠓⠀⠼⠙⠾
⠷⠼⠚⠀⠼⠁⠀⠼⠋⠾

*Primjer 14.*

Pisanje determinanti.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

⠈⠇⠼⠁⠀⠼⠃⠀⠰⠳⠀⠼⠉⠀⠼⠙⠈⠇

ili

⠈⠇⠼⠁⠀⠼⠃⠈⠇
⠈⠇⠼⠉⠀⠼⠙⠈⠇

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

⠈⠇⠁⠡⠂⠀⠃⠡⠂⠀⠉⠡⠂⠀⠰⠳⠀⠁⠡⠆⠀⠃⠡⠆⠀⠉⠡⠆⠀⠰⠳⠠
⠀⠀⠁⠡⠒⠀⠃⠡⠒⠀⠉⠡⠒⠈⠇

ili

⠈⠇⠁⠡⠂⠀⠃⠡⠂⠀⠉⠡⠂⠈⠇
⠈⠇⠁⠡⠆⠀⠃⠡⠆⠀⠉⠡⠆⠈⠇
⠈⠇⠁⠡⠒⠀⠃⠡⠒⠀⠉⠡⠒⠈⠇

# 5.3. UPOTREBA ZAGRADA ZA ISTICANJE DIJELOVA MATEMATIČKOG TEKSTA

Na crnom tisku za pisanje dodatnih objašnjenja uz matematičke izraze često se koriste vodoravne (uglavnom vitičaste) zagrade.

Takva objašnjenja uz matematičke izraze mogu se pisati na sljedeći način:

- Neposredno prije teksta na koji se odnosi objašnjenje piše se znak ⠯⠒ (točkice 1, 2, 3, 4 i 6; točkice 2 i 5), a neposredno iza njega znak ⠯ (točkice 1, 2, 3, 4 i 6).
- Zatim se u zagradama piše objašnjenje (ili opis).

Ovaj način pisanja dodatnih objašnjenja nije uvijek pogodan jer kod složenih zapisa može biti nejasno što se željelo prikazati na crnom tisku.

Druge mogućnosti su:
- poseban popis označenih izraza u nekoj vrsti legende
- podjela složenog izraza na nekoliko jednostavnijih koraka.

Formule se na crnom tisku ponekad označavaju brojem ili zvjezdicama kako bi se kasnije moglo na njih pozivati. Ti su brojevi (zvjezdice) obično u zagradi na desnom rubu.

Radi lakšeg nalaženja, ovi se brojevi (zvjezdice) na brajici pišu s lijeve strane, također u zagradi. Neke od mogućnosti su:

- broj formule (zvjezdica) piše se u istom redu odvojen od formule s najmanje dva razmaka
- broj formule (zvjezdica) piše se u redu iznad formule, pri čemu formula može biti uvučena.

*Primjer 15.*

Pisanje vodoravne vitičaste zagrade.

$$\mathrm{a}^{\mathrm{n}} = \underbrace{\mathrm{a} \cdot \mathrm{a} \cdot \mathrm{a} \cdot \ldots \cdot \mathrm{a}}_{\mathrm{n\ puta}}$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{n\ puta}}{\underbrace{b \cdot b \cdot b \cdot \ldots \cdot b}_{n\ puta}} = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \ldots \cdot \frac{a}{b}}_{n\ puta} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

*Primjer 16.*

Drugi način pisanja složenih vodoravnih vitičastih zagrada.

$$\underbrace{x^4 - 3x - 2}_{P(x)} = \underbrace{(x^2 + 2x + 1)}_{K(x)} \cdot \underbrace{(x^2 - 2x + 3)}_{Q(x)} + \underbrace{(-x - 5)}_{R(x)}$$

ili

⠙⠕⠃⠊⠧⠁⠍⠕
⠨⠏⠣⠭⠜⠀⠶⠨⠅⠣⠭⠜⠀⠄⠨⠟⠣⠭⠜⠀⠖⠨⠗⠣⠭⠜⠠⠀⠰⠶

*Primjer 17.*

Pisanje formula označenih brojem.

$cos\,(x+y) = cos\,x \cdot cos\,y - sin\,x \cdot sin\,y \quad (6)$

⠣⠼⠋⠜⠀⠀⠀⠫⠉⠀⠣⠭⠀⠖⠽⠜⠀⠶⠫⠉⠠⠭⠀⠄⠫⠉⠠⠽⠀⠤⠫⠎⠠⠭⠠
⠀⠀⠀⠀⠄⠫⠎⠠⠽

ili

⠣⠼⠋⠜
⠫⠉⠀⠣⠭⠀⠖⠽⠜⠀⠶⠫⠉⠠⠭⠀⠄⠫⠉⠠⠽⠀⠤⠫⠎⠠⠭⠀⠄⠫⠎⠠⠽

*Primjer 18.*

Pisanje formula označenih zvjezdicom.

$1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n = \frac{n\,(n+1)}{2} \quad (*)$

⠣⠔⠜⠀⠀⠀⠼⠁⠀⠄⠼⠃⠀⠄⠄⠄⠄⠀⠄⠝⠀⠶⠆⠝⠣⠝⠀⠖⠼⠁⠜⠀⠳⠀⠼⠃⠀⠰

ili

⠣⠔⠜
⠼⠁⠀⠄⠼⠃⠀⠄⠄⠄⠄⠀⠄⠝⠀⠶⠆⠝⠣⠝⠀⠖⠼⠁⠜⠀⠳⠀⠼⠃⠀⠰

# 6. STRELICE

U matematici, na brajici razlikujemo dvije vrste strelica:

- modularno prikazane  strelice sastoje se od više elemenata kao što su smjer, oblik osi strelice i vrh strelice
- definirane vodoravne strelice.

Definirane vodoravne strelice pogodnije su kada se radi o povezivanju matematičkih izraza, dok se modularno prikazane strelice općenito koriste kao oznake uz osnovni znak ili dodatak simbolu. Dakle, modularno prikazane strelice su dio složenog matematičkog simbola.

## 6.1. MODULARNE STRELICE

### MODULI (DIJELOVI) STRELICA

| | |
|---|---|
| ⠹ | predznak za strelice |
| ⠆ | jednostruka okomita os |
| ⠒ | jednostruka vodoravna os |
| ⠢ | jednostruka dijagonalna os (gore lijevo, dolje desno) |
| ⠔ | jednostruka dijagonalna os (dolje lijevo, gore desno) |
| ⠶ | dvostruka vodoravna os |
| ⠆⠆ | isprekidana jednostruka okomita os |
| ⠒⠒ | isprekidana jednostruka vodoravna os |
| ⠢⠢ | isprekidana jednostruka dijagonalna os (gore lijevo, dolje desno) |
| ⠔⠔ | isprekidana jednostruka dijagonalna os (dolje lijevo, gore desno) |
| ⠶⠶ | isprekidana dvostruka vodoravna os |
| ⠐ | jednostruki vrh lijevo ili dolje |
| ⠂ | jednostruki vrh desno ili gore |
| ⠐⠐ | dvostruki vrh lijevo ili dolje |
| ⠂⠂ | dvostruki vrh desno ili gore |
| ⠲ | crta preko osi strelice (prekriženo) |
| ⠘ | mala poprečna crta na početku osi |

Pomoću modularnog prikaza može se dobiti veliki broj strelica s različitim oblicima osi i vrhova.

U modularnom prikazu strelica može imati redom ove dijelove:

- predznak za strelice
- crta preko osi strelice ili poprečna crta na početku osi strelice
- vrh strelice na lijevoj strani osi ili dolje
- os strelice
- vrh s desne strane osi ili gore

Trostruki i višestruki vrh se formiraju analogno dvostrukom.

Kod modularnih strelica koriste se oznake samo za one dijelove (module) koje strelica ima na crnom tisku. Obavezni su dijelovi os strelice i vrh strelice. Predznak za strelice se može izostaviti ako to neće dovesti do krivog tumačenja.

## PRIMJERI MODULARNO PRIKAZANIH STRELICA

| | | |
|---|---|---|
| ↑ | ⠹⠆⠂ | strelica gore |
| ↓ | ⠹⠐⠆ | strelica dolje |
| ↕ | ⠹⠐⠆⠂ | strelica gore dolje |
| ↖ | ⠹⠐⠢ | strelica prema gore lijevo |
| ↗ | ⠹⠔⠂ | strelica prema gore desno |
| ↘ | ⠹⠢⠂ | strelica prema dolje desno |
| ↙ | ⠹⠐⠔ | strelica prema dolje lijevo |
| ⇒ | ⠹⠶⠂ | dvostruka strelica desno |
| ⇐ | ⠹⠐⠶ | dvostruka strelica lijevo |
| ⇔ | ⠹⠐⠶⠂ | dvostruka strelica lijevo desno |
| ↛ | ⠹⠲⠒⠂ | prekrižena strelica desno |
| ↞ | ⠹⠐⠐⠒ | strelica s dvostrukim vrhom lijevo |

## VODORAVNE STRELICE, UZ KOJE SE UGLAVNOM NE PIŠE PREDZNAK

| | | |
|---|---|---|
| $\rightarrow$ | ⠒⠂ | jednostruka strelica desno |
| $\leftarrow$ | ⠐⠒ | jednostruka strelica lijevo |
| $\leftrightarrow$ | ⠐⠒⠂ | jednostruka strelica lijevo i desno |
| $\mapsto$ | ⠘⠒⠂ | strelica pridruživanja |

Ako se žele prikazati dodatni oblici strelica, na primjer zakrivljeni vrh, iza predznaka za strelice kao jedan od znakova može se upotrijebiti neki od ovih znakova: ⠤ (točkice 3 i 6), ⠖ (točkice 2, 3 i 5), ⠦ (točkice 2, 3 i 6), ⠴ (točkice 3, 5 i 6), ⠰ (točkice 5 i 6), ⠿ (točkice 1, 2, 3, 4, 5 i 6). Takav znak može poslužiti kao dodatni znak za oblik osi ili vrha strelice. Kod uvođenja strelica dodatnog oblika treba staviti napomenu uz izdanje na brajici.

Modularno prikazane strelice imaju različite funkcije i njihov odnos prema susjednim znakovima brajice prema tome nije ujednačen.
Ponekad je uz njih razmak, a ponekad nije.
Na primjer, kao oznake uz osnovni znak pišu se bez razmaka (vidi poglavlje 10). Ako se koriste kao znak relacije ili operacije ispred njih je razmak, a iza ga nema. Prema potrebi ovaj razmak može se zamijeniti znakom za povezivanje ⠈ (točkica 4).

*Primjer 1.*
Pisanje strelice pridruživanja.
$x \mapsto \sqrt{x}$

⠭⠀⠘⠒⠂⠩⠭

*Primjer 2.*
Pisanje strelice desno.
$\mathcal{D}_f \rightarrow \mathcal{R}_f$

⠘⠨⠙⠡⠋⠀⠒⠂⠘⠨⠗⠡⠖

*Primjer 3.*
Pisanje kosih strelica.

$$\lim_{x\nearrow u} f(x) = \lim_{x\searrow u} f(x) = \lim_{x\to u} f(x)$$

⠼⠇⠡⠭⠈⠹⠔⠂⠥⠀⠋⠣⠭⠜⠀⠶⠼⠇⠡⠭⠈⠹⠢⠂⠥⠀⠋⠣⠭⠜⠠
⠀⠀⠶⠼⠇⠡⠭⠈⠒⠂⠥⠀⠋⠣⠭⠜

ili

⠼⠇⠡⠭⠀⠹⠔⠂⠥⠱⠀⠋⠣⠭⠜⠀⠶⠼⠇⠡⠭⠀⠹⠢⠂⠥⠱⠀⠋⠣⠭⠜⠠
⠀⠀⠶⠼⠇⠡⠭⠀⠒⠂⠥⠱⠀⠋⠣⠭⠜

*Primjer 4.*
Pisanje strelica u složenim prikazima.

$$f(x) = \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \mapsto x^2 - 4x + 3 \end{cases}$$

⠋⠣⠭⠜⠀⠶⠨⠐⠷⠨⠨⠗⠀⠒⠂⠨⠨⠗⠀⠰⠳⠠
⠀⠀⠭⠀⠘⠒⠂⠭⠌⠆⠀⠤⠼⠙⠭⠀⠖⠼⠉

ili

⠋⠣⠭⠜⠀⠶⠨⠐⠷⠨⠨⠗⠀⠒⠂⠨⠨⠗⠀⠰⠳⠠
⠀⠀⠀⠀⠀⠀⠀⠀⠀⠭⠀⠘⠒⠂⠭⠌⠆⠀⠤⠼⠙⠭⠀⠖⠼⠉

## 6.2. DEFINIRANE VODORAVNE STRELICE

| | | |
|---|---|---|
| $\rightarrow$ | ⠒⠒⠕ | jednostruka strelica desno |
| $\leftarrow$ | ⠪⠒⠒ | jednostruka strelica lijevo |
| $\leftrightarrow$ | ⠪⠒⠒⠕ | jednostruka strelica lijevo i desno |
| $\Rightarrow$ | ⠶⠶⠕ | dvostruka strelica desno |
| $\Leftarrow$ | ⠪⠶⠶ | dvostruka strelica lijevo |
| $\Leftrightarrow$ | ⠪⠶⠶⠕ | dvostruka strelica lijevo i desno |
| $\dashrightarrow$ | ⠂⠂⠕ | isprekidana strelica desno |
| $\dashleftarrow$ | ⠪⠂⠂ | isprekidana strelica lijevo |
| ⇠⇢ | ⠪⠂⠂⠕ | isprekidana strelica lijevo i desno |

Dok su modularno pisane strelice, uglavnom, dijelovi matematičkih izraza ili složenih simbola, definirane vodoravne strelice povezuju matematičke izraze i govore o njihovom međusobnom odnosu.
Ispred i iza definirane vodoravne strelice stavlja se razmak, osim ako su na početku ili kraju retka, ili se koriste kao strelice s natpisom.

Na brajici se natpis uz strelice, bez obzira na njegov položaj na crnom tisku, pišu u zagradama iza strelica.
Nakon strelice piše se ⠈ (točkica 4), a zatim se piše natpis u zagradama.
Ako se natpis na crnom tisku ne nalazi u zagradama, na brajici se koriste obične okrugle zagrade ili posebne brajične zagrade ⠾⠣⠄⠄⠄⠾⠜.
Ako se natpis na crnom tisku nalazi u zagradama, na brajici se koriste ili iste zagrade, ili  posebne matematičke zagrade s predznakom ⠼ (točkice 3, 4, 5 i 6) kada se želi posebno istaknuti sadržaj zagrade.
Ako dolazi do promjene između matematičkog i običnog teksta, to mora biti naznačeno odgovarajućim znakovima.
Nakon zatvorene zagrade mora biti ili razmak ili znak interpunkcije.

*Primjer 5.*
Pisanje implikacije.
$a\!:b = c\!:d \Rightarrow ad = bc$
⠁ ⠒⠃ ⠶⠉ ⠒⠙ ⠶⠶⠕ ⠁⠙ ⠶⠃⠉

*Primjer 6.*
Pisanje ekvivalencije.
$2x - 3 = 5 \Leftrightarrow 2x = 8 \Leftrightarrow x = 4$
⠼⠃⠭ ⠤⠼⠉ ⠶⠼⠑ ⠪⠶⠶⠕ ⠼⠃⠭ ⠶⠼⠓ ⠪⠶⠶⠕ ⠭ ⠶⠼⠙

*Primjer 7.*
Pisanje strelice s tekstom.
$$\frac{2}{3}\xrightarrow{pro\check{s}irujemo\ s\ 4}\frac{8}{12}$$

⠼⠃⠒ ⠒⠒⠕⠈⠼⠣⠠⠄⠏⠗⠕⠱⠊⠗⠥⠚⠑⠍⠕ ⠎ ⠼⠙⠠⠄⠼⠜ ⠼⠓⠂⠆

ili

⠼⠃⠒ ⠒⠒⠕⠈⠣⠠⠄⠏⠗⠕⠱⠊⠗⠥⠚⠑⠍⠕ ⠎ ⠼⠙⠠⠄⠜ ⠼⠓⠂⠆

*Primjer 8.*
Pisanje strelica s formulom.

$$\log^2 x - 4\log x + 3 = 0 \xrightarrow{t=\log x} t^2 - 4t + 3 = 0$$

⠫⠇⠌⠆⠠⠭⠀⠤⠼⠙⠻⠇⠠⠭⠀⠖⠼⠉⠀⠶⠼⠚⠀⠒⠒⠕⠈⠼⠣⠞⠀⠶⠫⠇⠠⠭⠼⠜⠠
⠀⠀⠞⠌⠆⠀⠤⠼⠙⠞⠀⠖⠼⠉⠀⠶⠼⠚

ili

⠫⠇⠌⠆⠠⠭⠀⠤⠼⠙⠻⠇⠠⠭⠀⠖⠼⠉⠀⠶⠼⠚⠀⠒⠒⠕⠈⠣⠞⠀⠶⠫⠇⠠⠭⠜⠠
⠀⠀⠞⠌⠆⠀⠤⠼⠙⠞⠀⠖⠼⠉⠀⠶⠼⠚

*Primjer 9.*
Pisanje strelica s brojevima.

$$5 \xrightarrow{+3} \ldots \xrightarrow{\cdot 4} \ldots \xrightarrow{-10} \ldots$$

⠼⠑⠀⠒⠒⠕⠈⠼⠣⠖⠼⠉⠼⠜⠀⠄⠄⠄⠀⠒⠒⠕⠈⠼⠣⠄⠼⠙⠼⠜⠀⠄⠄⠄⠠
⠀⠀⠒⠒⠕⠈⠼⠣⠤⠼⠁⠚⠼⠜⠀⠄⠄⠄

ili

⠼⠑⠀⠒⠒⠕⠈⠣⠖⠼⠉⠜⠀⠄⠄⠄⠀⠒⠒⠕⠈⠣⠄⠼⠙⠜⠀⠄⠄⠄⠠
⠀⠀⠒⠒⠕⠈⠣⠤⠼⠁⠚⠜⠀⠄⠄⠄

# 7. RAZLOMCI

| | |
|---|---|
| ⠳ | razlomačka crta |
| ⠆ | početak razlomka |
| ⠰ | kraj razlomka |
| ⠿⠰ | kraj svih razlomaka |

U punom zapisu, razlomak se na brajici sastoji od: znaka za početak razlomka, brojnika, razlomačke crte, nazivnika i znaka za kraj razlomka. Razlomačka crta nalazi se između brojnika i nazivnika, a u punom zapisu ispred i iza nje je razmak.
Vezano uz način upotrebe, znakovi za početak i kraj razlomka tretiraju se kao zagrade. Za svaki znak za početak razlomka mora postojati i znak za kraj razlomka i obrnuto. Iza znaka za početak razlomka, kao i ispred znaka za kraj razlomka, nema razmaka. Hoće li ispred znaka za početak razlomka, odnosno iza znaka za kraj razlomka, biti razmak ovisi o situaciji.

Osim punog zapisa postoji i skraćeni zapis nekih vrsta razlomaka, kao što su brojčani razlomci, mješoviti brojevi i jednostavni razlomci koji ni u brojniku ni u nazivniku nemaju razmak.

## 7.1. BROJČANI RAZLOMCI I MJEŠOVITI BROJEVI

Pod brojčanim razlomcima podrazumijevaju se razlomci kod kojih su i brojnik i nazivnik prirodni, cijeli ili decimalni brojevi. Kod njih se ni ispred ni iza razlomačke crte ne piše razmak, a najčešće ni znak za početak i kraj razlomka.

Brojčani razlomci, kada su brojnik i nazivnik prirodni brojevi, pišu se skraćeno. Brojnik se piše standardno, s brojčanim znakom, a nazivnik odmah iza njega spuštenim brojem, bez razlomačke crte i brojčanog znaka.
Ako se razlomci kojima su brojnik i nazivnik prirodni brojevi kombiniraju s jednostavnim razlomcima ili s razlomcima u punom zapisu (kod višestrukih razlomaka) mogu se pisati kao jednostavni razlomci, kako bi se dobio ujednačeniji izgled razlomaka, što omogućava lakše uočavanje nazivnika (vidi primjere 18. i 23.).

Kod pisanja mješovitih brojeva oba dijela mješovitog broja, cijeli broj i skraćeno pisani razlomački dio pišu se s brojčanim znakom i zapisuju se zajedno bez razmaka.

Samo kod skraćeno pisanih brojčanih razlomaka i kod mješovitih brojeva nazivnik se piše spuštenim znamenkama bez predznaka za broj. Svi ostali razlomci pišu se s razlomačkom crtom i brojevima u nazivniku u standardnom (ne u spuštenom) zapisu.

*Primjer 1.*
Pisanje razlomaka kada su brojnik i nazivnik prirodni brojevi.

$$\frac{3}{4}$$

⠼⠉⠲

$$\frac{9}{14}$$

⠼⠊⠂⠲

$$-\frac{7}{15}$$

⠤⠼⠛⠂⠢

*Primjer 2.*
Zbrajanje razlomaka kada su brojnik i nazivnik prirodni brojevi.

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{8}{12}+\frac{3}{12}=\frac{11}{12}$$

⠼⠃⠒⠀⠖⠼⠁⠲⠀⠶⠼⠓⠂⠆⠀⠖⠼⠉⠂⠆⠀⠶⠼⠁⠁⠂⠆

*Primjer 3.*
Pisanje brojčanih razlomaka s negativnim nazivnikom.

$$\frac{12}{-6}=-2$$

⠼⠁⠃⠳⠤⠼⠋⠀⠶⠤⠼⠃

$$(-7):(-14)=\frac{-7}{-14}=\frac{1}{2}$$

⠣⠤⠼⠛⠜⠀⠒⠣⠤⠼⠁⠙⠜⠀⠶⠆⠤⠼⠛⠳⠤⠼⠁⠙⠰⠀⠶⠼⠁⠆

*Primjer 4.*
Pisanje brojčanih razlomaka kada je u brojniku ili nazivniku decimalni broj.

$$\frac{3.6}{2.7} = \frac{36}{27} = \frac{4}{3}$$

⠼⠉⠄⠋⠳⠼⠃⠄⠛⠀⠶⠀⠼⠉⠋⠆⠶⠀⠶⠀⠼⠙⠒

*Primjer 5.*
Pisanje mješovitih brojeva.

$$2\frac{3}{5} = \frac{13}{5}$$

⠼⠃⠼⠉⠢⠀⠶⠀⠼⠁⠉⠢

$$3\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4} = \frac{7}{2} - \frac{7}{4} = \frac{14}{4} - \frac{7}{4} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$$

⠼⠉⠼⠁⠆⠀⠤⠼⠁⠼⠉⠲⠀⠶⠀⠼⠛⠆⠀⠤⠼⠛⠲⠀⠶⠀⠼⠁⠙⠲⠀⠤⠼⠛⠲⠠
⠀⠀⠶⠼⠛⠲⠀⠶⠼⠁⠼⠉⠲

# 7.2. JEDNOSTAVNI RAZLOMCI U SKRAĆENOM ZAPISU

Pod jednostavnim razlomkom podrazumijeva se razlomak koji u sebi ne sadrži druge razlomke.
Ako jednostavan razlomak u zapisu na brajici ni u brojniku ni u nazivniku nema razmak, može se izostaviti razmak ispred i iza razlomačke crte. Najčešće se mogu izostaviti i znakovi za početak i kraj razlomka.
Ovo vrijedi i za razlomke kod kojih su razmaci ispred računskih operacija u brojniku i nazivniku zamijenjeni znakom za povezivanje ⠈ (točkicom 4).
Upotreba znaka za povezivanje nije pogodna za složene izraze. Ovaj znak može povezivati samo dijelove koji se nalaze unutar iste razine: istog indeksa ili eksponenta, istog korijena, istog brojnika ili nazivnika. Znak za povezivanje ne koristi se za povezivanje izraza u kojima je već upotrijebljen znak za povezivanje jer bi moglo doći do nejasnoća u razumijevanju.

Čak i kad je izostavljen razmak ispred i iza razlomačke crte znakovi za početak i kraj razlomka obavezni su:

- Ako brojnik razlomka počinje znakom za računsku operaciju (predznakom), kako bi se istaknulo da je i to dio brojnika.
- Ako se razlomak nalazi unutar složenog razlomka, kako bi nedvosmisleno bio jasan početak i kraj svakog razlomka.
- Ako iza razlomka stoji mjerna jedinica pisana s predznakom za mjerne jedinice, kako bi se razlomak odvojio od nje.
- Ako ispred ili iza razlomka stoji slovo ili broj, kako bi se razlomak odvojio od njega.

*Primjer 6.*

Pisanje jednostavnih razlomaka koji ne sadrže razmak.

$$\frac{x}{y}$$

⠭⠳⠽

$$\frac{x}{5}$$

⠭⠳⠼⠑

$$\frac{x^3}{y^4}$$

⠭⠌⠒⠳⠽⠌⠲

*Primjer 7.*

Pisanje razlomaka koji se uz upotrebu znaka za povezivanje ⠈ (točkice 4) mogu pisati kao jednostavni razlomci koji ne sadrže razmak.

$$\frac{6x+8}{x-5}$$

⠆⠼⠋⠭ ⠖⠼⠓ ⠳ ⠭ ⠤⠼⠑⠰

ili

⠼⠋⠭⠈⠖⠼⠓⠳⠭⠈⠤⠼⠑

*Primjer 8.*

Pisanje jednostavnog razlomka gdje se ne može upotrijebiti znak za povezivanje ⠈ (točkica 4).

$$\frac{x^2-2x+1}{x^2-4}$$

⠆⠭⠌⠆ ⠤⠼⠃⠭ ⠖⠼⠁ ⠳ ⠭⠌⠆ ⠤⠼⠙⠰

*Primjer 9.*
Pisanje razlomaka kada brojnik počinje znakom računske operacije (predznakom).

$$\frac{-2a}{3b}$$

⠆⠤⠼⠃⠠⠁⠳⠼⠉⠠⠃⠰

*Primjer 10.*
Pisanje mjerne jedinice iza razlomka.

$$P = \frac{V}{h} m^2$$

⠨⠏⠀⠶⠆⠨⠧⠳⠓⠰⠸⠍⠌⠆

# 7.3. PUNI ZAPIS RAZLOMAKA

Osim kod brojčanih razlomaka, mješovitih brojeva i jednostavnih razlomaka koji ne sadrže razmak obavezan je puni zapis razlomaka. To znači da se pišu sa znakovima za početak i kraj razlomka, i razmakom ispred i iza razlomačke crte.
To naročito vrijedi ako:

- brojnik ili nazivnik sadrže razmak
- razlomak sadrži drugi razlomak (dvojni i višestruki razlomci).

Za znakove za početak i kraj razlomka vrijede ista pravila kao i za zagrade. Uvijek se pojavljuju u paru. Ako postoji znak za početak, mora postojati i znak za kraj razlomka.
Razmaci ispred i iza razlomačke crte mogu se izostaviti samo kada u brojniku i nazivniku nema razmaka. Ako postoji razmak ispred razlomačke crte, tada mora postojati i razmak iza razlomačke crte i obratno.

Kada bi se znak za početak razlomka mogao zamijeniti s interpunkcijom ili spuštenom dvojkom, ispred njega se stavlja znak ⠈ (točkica 4).To se događa kada je ispred razlomka slovo ili broj, ili kada je razlomak u indeksu ili eksponentu.

Ako je ispred razlomka slovo ili broj, uglavnom je riječ o množenju, pa se tada može staviti znak za množenje.
Ako je u indeksu ili eksponentu razlomak pisan sa znakovima za početak i kraj razlomka, ispred njega se mora staviti znak ⠈ (točkica 4), kako se znak za početak razlomka ne bi čitao kao spuštena dvojka.

Ako neposredno iza znaka za kraj razlomka stoji malo latinično slovo, ispred njega se stavlja ⠠ (točkica 6), a ako stoji veliko latinično slovo, stavlja se ⠈ (točkica 4), pa tek onda predznak za jedno ili više velikih slova, kako se ne bi čitalo kao grčko slovo.
Ako je iza razlomka slovo, uglavnom je riječ o množenju, pa se tada može staviti znak za množenje.

*Primjer 11.*
Pisanje množenja razlomaka.

$$\frac{x^2-4}{3x+6} \cdot \frac{15x}{x-2}$$

⠆⠭⠌⠆⠀⠤⠼⠙⠀⠳⠀⠼⠉⠭⠀⠖⠼⠋⠰⠀⠄⠆⠼⠁⠑⠭⠀⠳⠀⠭⠀⠤⠼⠃⠰

*Primjer 12.*
Pisanje zbrajanja i oduzimanja razlomaka.

$$\frac{4a}{4a^2-1} - \frac{2a+1}{6a-3} + \frac{2a-1}{4a+2} = \frac{2a+1}{6(2a-1)}$$

⠆⠼⠙⠠⠁⠀⠳⠀⠼⠙⠠⠁⠌⠆⠀⠤⠼⠁⠰⠀⠤⠆⠼⠃⠠⠁⠀⠖⠼⠁⠀⠳⠠
⠀⠀⠼⠋⠠⠁⠀⠤⠼⠉⠰⠀⠖⠆⠼⠃⠠⠁⠀⠤⠼⠁⠀⠳⠀⠼⠙⠠⠁⠀⠖⠼⠃⠰⠠
⠀⠀⠶⠆⠼⠃⠠⠁⠀⠖⠼⠁⠀⠳⠀⠼⠋⠣⠼⠃⠠⠁⠀⠤⠼⠁⠜⠰

*Primjer 13.*
Pisanje slova ispred razlomka.

$$2x\frac{x-3}{2x^2-18}$$

⠼⠃⠭⠈⠆⠭⠀⠤⠼⠉⠀⠳⠀⠼⠃⠭⠌⠆⠀⠤⠼⠁⠓⠰

ili (sa znakom množenja)

⠼⠃⠭⠀⠄⠆⠭⠀⠤⠼⠉⠀⠳⠀⠼⠃⠭⠌⠆⠀⠤⠼⠁⠓⠰

*Primjer 14.*
Pisanje broja ispred razlomka.

$$7\,\frac{2x-5}{4x+1}$$

⠼⠛⠈⠆⠼⠃⠭⠀⠤⠼⠑⠀⠳⠀⠼⠙⠭⠀⠖⠼⠁⠰

ili

⠼⠛⠈⠆⠼⠃⠭⠈⠤⠼⠑⠳⠼⠙⠭⠈⠖⠼⠁⠰

ili (sa znakom množenja)

⠼⠛⠀⠄⠆⠼⠃⠭⠀⠤⠼⠑⠀⠳⠀⠼⠙⠭⠀⠖⠼⠁⠰

ili

⠼⠛⠀⠄⠆⠼⠃⠭⠈⠤⠼⠑⠳⠼⠙⠭⠈⠖⠼⠁⠰

*Primjer 15.*
Pisanje razlomaka u eksponentu.

$$x^{\frac{n+3}{n-3}}$$

⠭⠨⠌⠈⠆⠝⠀⠖⠼⠉⠀⠳⠀⠝⠀⠤⠼⠉⠰⠨⠱

ili

⠭⠨⠌⠈⠆⠝⠈⠖⠼⠉⠳⠝⠈⠤⠼⠉⠰⠨⠱

*Primjer 16.*
Pisanje malog slova iza razlomka.

$$\frac{a^2-ab}{b^2-ab}\,b$$

⠆⠁⠌⠆⠀⠤⠁⠃⠀⠳⠀⠃⠌⠆⠀⠤⠁⠃⠰⠠⠃

ili (sa znakom množenja)

⠆⠁⠌⠆⠀⠤⠁⠃⠀⠳⠀⠃⠌⠆⠀⠤⠁⠃⠰⠀⠄⠃

*Primjer 17*.
Pisanje velikog slova iza razlomka.

$$\frac{5A-10}{A^2-2A}\,A$$

⠆⠼⠑⠨⠁⠀⠤⠼⠁⠚⠀⠳⠀⠨⠁⠌⠆⠀⠤⠼⠃⠨⠁⠰⠈⠨⠁

ili (sa znakom množenja)

⠆⠼⠑⠨⠁⠀⠤⠼⠁⠚⠀⠳⠀⠨⠁⠌⠆⠀⠤⠼⠃⠨⠁⠰⠀⠄⠨⠁

*Primjer 18*.
Pisanje brojčanih razlomaka u punom i jednostavnom zapisu.

$$\frac{2x-3}{4}-\frac{1}{3}=\frac{3-5x}{6}$$

⠆⠼⠃⠭⠀⠤⠼⠉⠀⠳⠀⠼⠙⠰⠀⠤⠼⠁⠒⠀⠶⠆⠼⠉⠀⠤⠼⠑⠭⠀⠳⠀⠼⠋⠰
ili
⠆⠼⠃⠭⠀⠤⠼⠉⠀⠳⠀⠼⠙⠰⠀⠤⠼⠁⠳⠼⠉⠀⠶⠆⠼⠉⠀⠤⠼⠑⠭⠀⠳⠀⠼⠋⠰
ili
⠆⠼⠃⠭⠈⠤⠼⠉⠳⠼⠙⠰⠀⠤⠼⠁⠳⠼⠉⠀⠶⠆⠼⠉⠈⠤⠼⠑⠭⠳⠼⠋⠰

## 7.4. VIŠESTRUKI RAZLOMCI

Kod razlomaka koji unutar sebe sadrže druge razlomke svaki razlomak mora imati znakove za početak i kraj razlomka (osim skraćeno pisanih brojčanih razlomaka i mješovitih brojeva). Pri tome za znakove za početak i kraj razlomka vrijede ista pravila kao i za rad sa zagradama.

Ako svi trenutno započeti razlomci završavaju na istom mjestu, može se upotrijebiti znak za kraj svih razlomaka ⠿⠰ (točkice 1, 2, 3, 4, 5 i 6; točkice 5 i 6).

*Primjer 19.*
Pisanje dvojnog razlomka.

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}}$$

⠆⠼⠃⠒⠀⠳⠀⠼⠑⠶⠰

$$\frac{\frac{x}{y^2}}{\frac{x^2}{y}}$$

⠆⠆⠭⠳⠽⠌⠆⠰⠀⠳⠀⠆⠭⠌⠆⠳⠽⠰⠰

$$\frac{\frac{2x+1}{3x-2}}{\frac{x+4}{5x-3}}$$

⠆⠆⠼⠃⠭⠀⠖⠼⠁⠀⠳⠀⠼⠉⠭⠀⠤⠼⠃⠀⠰⠀⠳⠀⠆⠭⠀⠖⠼⠙⠀⠳⠠
⠀⠀⠼⠑⠭⠀⠤⠼⠉⠰⠰

ili

⠆⠆⠼⠃⠭⠈⠖⠼⠁⠳⠼⠉⠭⠈⠤⠼⠃⠰⠀⠳⠀⠆⠭⠈⠖⠼⠙⠳⠼⠑⠭⠈⠤⠼⠉⠰⠰

*Primjer 20.*

Pisanje složenih dvojnih razlomaka.

$$\frac{\frac{2}{3}+\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}$$

⠆⠼⠃⠒⠀⠖⠼⠉⠲⠀⠳⠀⠼⠁⠆⠀⠤⠼⠁⠒⠰

$$\frac{\frac{x+1}{2x+1}-\frac{2}{2x+1}}{\frac{x-4}{4x^2-1}+\frac{4}{2x-1}}$$

⠆⠆⠭⠀⠖⠼⠁⠀⠳⠀⠼⠃⠭⠀⠖⠼⠁⠰⠀⠤⠆⠼⠃⠀⠳⠀⠼⠃⠭⠀⠖⠼⠁⠰⠀⠳⠠
⠀⠀⠆⠭⠀⠤⠼⠙⠀⠳⠀⠼⠙⠭⠌⠆⠀⠤⠼⠁⠰⠀⠖⠆⠼⠙⠀⠳⠀⠼⠃⠭⠀⠤⠼⠁⠰⠰

*Primjer 21.*

Pisanje složenih razlomaka uz upotrebu znaka za kraj svih razlomaka.

$$\frac{x+\frac{2}{x}}{x+\frac{3}{x-\frac{2}{x}}}$$

⠆⠭⠀⠖⠆⠼⠃⠳⠭⠰⠀⠳⠀⠭⠀⠖⠆⠼⠉⠀⠳⠀⠭⠀⠤⠆⠼⠃⠳⠭⠿⠰

ili

⠆⠭⠀⠖⠆⠼⠃⠳⠭⠰⠀⠳⠀⠭⠀⠖⠆⠼⠉⠳⠀⠭⠀⠤⠆⠼⠃⠳⠭⠰⠰⠰

*Primjer 22.*
Pisanje verižnih razlomaka.

$$1+\cfrac{x}{1+\cfrac{x}{1+\cfrac{x}{1+\cdots}}}$$

⠼⠁⠀⠖⠆⠭⠀⠳⠀⠼⠁⠀⠖⠆⠭⠀⠳⠀⠼⠁⠀⠖⠆⠭⠀⠳⠀⠼⠁⠀⠖⠄⠄⠄⠿⠰

*Primjer 23.*
Pisanje brojčanih razlomaka unutar složenijih dvojnih razlomaka.

$$\frac{\frac{1}{2}+\frac{ab}{a^2+b^2}}{(a-b)^2+4ab}$$

⠆⠆⠼⠁⠳⠼⠃⠰⠀⠖⠆⠁⠃⠳⠁⠌⠆⠀⠖⠃⠌⠆⠰⠀⠳⠀⠣⠁⠀⠤⠃⠜⠌⠆⠠
⠀⠀⠖⠼⠙⠠⠁⠃⠰
ili
⠆⠼⠁⠆⠀⠖⠆⠁⠃⠳⠁⠌⠆⠀⠖⠃⠌⠆⠰⠀⠳⠀⠣⠁⠀⠤⠃⠜⠌⠆⠠
⠀⠀⠖⠼⠙⠠⠁⠃⠰

# 8. INDEKSI I EKSPONENTI

Mnogi matematički simboli na crnom tisku uz osnovni znak imaju posebne oznake koje se nazivaju indeksi. Oni dodatno određuju značenje simbola. Postoje desni gornji i donji indeksi te lijevi gornji i donji indeksi.
Kod pisanja potencija pojavljuju se eksponenti koji se po obliku ne razlikuju od desnih gornjih indeksa. Zbog toga se i na brajici pišu na isti način kao i desni gornji indeksi. Sva pravila koja vrijede za pisanje bilo jednostavnih bilo složenih indeksa vrijede i za pisanje eksponenata.

| | |
|---|---|
| ⠌ | gornji desni indeks (eksponent) |
| ⠡ | donji desni indeks |
| ⠌ ili ⠼⠌ | gornji lijevi indeks (eksponent) |
| ⠡ ili ⠼⠡ | donji lijevi indeks |
| ⠱ | kraj jednostavnog indeksa (eksponenta) |
| ⠨ | 1. predznak za složene indekse (eksponente) |
| ⠨⠱ | 1. znak za kraj složenih indeksa (eksponenata) |
| ⠐ | 2. predznak za složene indekse (eksponente) |
| ⠐⠱ | 2. znak za kraj složenih indeksa (eksponenata) |
| ⠿⠱ | znak za kraj svih indeksa (eksponenata) |

Svaki indeks (eksponent) započinje brajičnim znakom koji označava povišenu ili spuštenu razinu.

Nakon toga slijedi izraz koji se nalazi u indeksu (eksponentu).

Učinak predznaka za indeks (eksponent) vrijedi do znaka za kraj indeksa (eksponenta) ili dok se ne poništi na neki drugi način.

Na brajici razlikujemo jednostavne i složene indekse (eksponente). Složeni indeks (eksponent) je onaj koji sadrži druge indekse (eksponente), razmake ili razlomke.

Indeksi koji se na crnom tisku nalaze s desne strane i na brajici se pišu odmah iza znaka na koji se odnose. Jednostavni gornji indeksi pišu se s predznakom ⠌ (točkice 3 i 4), a donji s predznakom ⠡ (točkice 1 i 6).

Lijevi indeksi pišu se ispred osnovnog znaka na koji se odnose. Postoje dva oblika predznaka za jednostavne lijeve indekse. Kraći oblici ⠌ (točkice 3 i 4) i ⠡ (točkice 1 i 6) su standardni. Dulji oblici ⠼⠌ (točkice 3, 4, 5 i 6; točkice 3 i 4) i ⠼⠡ (točkice 3, 4, 5 i 6; točkice 1 i 6) koriste se samo tamo gdje može doći do krivog tumačenja zbog zamjene značenja s desnim indeksima (ili eksponentima) prethodnog znaka, na primjer odmah nakon slova ili broja. Nakon razmaka, znaka jednakosti ili nejednakosti, računske operacije i nakon otvorene zagrade koriste se kraći oblici jer ne može doći ni do kakve zabune.
Najčešća primjena gornjih lijevih indeksa (eksponenata) je eksponent korijena.

Kod složenih simbola na crnom tisku se uz osnovni znak osim indeksa mogu pojaviti i neke druge jednostavne oznake (vidi 10.1). Hoćemo li prije pisati jednostavnu oznaku ili indeks (eksponent) ovisi o matematičkom sadržaju. Bira se redoslijed koji će dovesti do boljeg razumijevanja matematičkog sadržaja. To je najčešće redoslijed kojim se matematički simbol čita.

Ako matematički simbol na crnom tisku ima s desne strane više indeksa (eksponenata), oni se prenose jedan za drugim. Svaki indeks (eksponent) mora imati svoj predznak. Eksponenti, ako postoje, pišu se zadnji.

## 8.1. CIJELI BROJEVI KAO INDEKSI I EKSPONENTI

Ako se indeks sastoji samo od cijelog broja, tada se on može pisati skraćeno, iza predznaka za indeks, kao spuštena brojka bez predznaka za broj.
Ako je indeks (eksponent) negativan broj, iza predznaka za indeks (eksponent) piše se *minus*, a zatim broj, koji se tada može pisati spušteno i bez predznaka.
Ako je indeks (eksponent) pozitivan broj kod kojeg se želi istaknuti predznak *plus*, tada se iza predznaka za indeks (eksponent) piše ⠈⠖ (plus ispred kojeg je točkica 4), a zatim broj u standardnom zapisu (ne spušteno). Točkica 4 piše se kako se predznak pozitivnog broja ne bi čitao kao indeks (eksponent) 6.

Nakon cjelobrojnog indeksa (eksponenta) koji je pisan spuštenim brojem nema potrebe za znakom za kraj indeksa, jer kraj spuštenog broja podrazumijeva i kraj indeksa.

*Kada se u računanju s potencijama cjelobrojni eksponenti kombiniraju s složenim eksponentima mogu se ponekad pisati u punom zapisu, radi lakšeg uočavanja (vidi primjer 37.).*

*Primjer 1.*
Pisanje pozitivnog eksponenta.
$n^3 = n \cdot n \cdot n$
⠝⠌⠒⠀⠶⠝⠀⠄⠝⠀⠄⠝
bolje nego
⠝⠌⠼⠉⠀⠶⠝⠀⠄⠝⠀⠄⠝

*Primjer 2.*
Pisanje negativnog eksponenta.
$4^{-3} = \frac{1}{4^3}$

⠼⠙⠌⠤⠒⠀⠶⠼⠁⠳⠼⠙⠌⠒
ili
⠼⠙⠌⠤⠼⠉⠀⠶⠼⠁⠳⠼⠙⠌⠒

*Primjer 3.*
Pisanje pozitivnog eksponenta kada je istaknut predznak.
$y^{-6} \cdot y^{+8} = y^2$

⠽⠌⠤⠖⠀⠄⠽⠌⠈⠖⠼⠓⠀⠶⠽⠌⠆

ili
⠽⠌⠤⠼⠋⠀⠄⠽⠌⠈⠖⠼⠓⠀⠶⠽⠌⠆

*Primjer 4.*
Pisanje umnoška potencija kada nije upotrijebljen znak za množenje.
$x^4 y^5 z^8$

⠭⠌⠲⠽⠌⠢⠵⠌⠦

$x^{-4} y^5 z^{-9}$
⠭⠌⠤⠲⠽⠌⠢⠵⠌⠤⠔
ili
⠭⠌⠤⠼⠙⠱⠽⠌⠢⠵⠌⠤⠼⠊

*Primjer 5.*
Pisanje potenciranja potencije.
$(m^2)^5 = m^{10}$

⠣⠍⠌⠆⠜⠌⠢⠀⠶⠍⠌⠂⠴

$(x^{-3})^{-4} = x^{12}$

⠣⠭⠌⠤⠒⠜⠌⠤⠲⠀⠶⠭⠌⠂⠆

ili

⠣⠭⠌⠤⠼⠉⠜⠌⠤⠼⠙⠀⠶⠭⠌⠂⠆

*Primjer 6.*

Pisanje donjeg desnog indeksa kod zbrajanja i množenja kada nije upotrijebljen znak za množenje.

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

⠭⠡⠂⠀⠖⠭⠡⠆⠀⠶⠤⠃⠳⠁

$x_1 y_1 + x_2 y_2$

⠭⠡⠂⠽⠡⠂⠀⠖⠭⠡⠆⠽⠡⠆

*Primjer 7.*
Pisanje donjeg desnog indeksa i eksponenta.
$x_1^2 - x_2^2$

⠭⠡⠂⠌⠆⠀⠤⠭⠡⠆⠌⠆

${x_1}^{-2} + {x_2}^{-2}$

⠭⠡⠂⠌⠤⠆⠀⠖⠭⠡⠆⠌⠤⠆

*Primjer 8.*
Pisanje dva donja desna indeksa.

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

⠭⠡⠂⠡⠆⠀⠶⠆⠤⠃⠀⠖⠤⠩⠨⠙⠀⠳⠀⠼⠃⠠⠁⠰

*Primjer 9.*
Pisanje lijevog gornjeg i donjeg indeksa.
${}_{4}^{3}K$

⠡⠲⠌⠒⠨⠅

ili
⠌⠒⠡⠲⠨⠅

*Primjer 10.*
Pisanje lijevog gornjeg indeksa (eksponenta korijena).
$\sqrt[4]{x}$
⠌⠲⠩⠭

*Primjer 11.*
Pisanje lijevog gornjeg indeksa s predznakom u duljem obliku (eksponenta korijena)
$y\sqrt[3]{x^2}$
⠿⠼⠌⠒⠩⠭⠌⠆

$4\ \sqrt[3]{y^2}$
⠼⠙⠼⠌⠒⠩⠽⠌⠆

*Primjer 12.*
Pisanje znanstvenog zapisa broja.

$5.234 \cdot 10^{24}$

⠼⠑⠄⠃⠉⠙⠀⠄⠼⠁⠚⠌⠆⠲

$2.014 \cdot 10^{-41}$

⠼⠃⠄⠚⠁⠙⠀⠄⠼⠁⠚⠌⠤⠲⠂

ili

⠼⠃⠄⠚⠁⠙⠀⠄⠼⠁⠚⠌⠤⠼⠙⠁

# 8.2. JEDNOSTAVNI INDEKSI I EKSPONENTI

Jednostavan indeks (eksponent) ne može sadržavati ni razmak ni neki drugi indeks (eksponent) ili razlomak.
Jednostavni indeks (eksponent) započinje predznakom za odgovarajući indeks. Gornji indeksi (eksponenti) pišu se s predznakom ⠌ (točkice 3 i 4), a donji s predznakom ⠡ (točkice 1 i 6).

Djelovanje predznaka za jednostavni indeks (eksponent) prekidaju sljedeći elementi:
• razmak
• kraj reda, osim kada se koristi ⠈ (točkica 4) radi prelaska u novi red
• razlomačka crta
• znak za kraj složenog indeksa
• kraj spuštenog broja
• početak korijena
• kraj korijena ili zagrade, ako početak nije u indeksu (eksponentu).

U svim drugim slučajevima, kraj jednostavnog indeksa (eksponenta) mora biti označen znakom za kraj jednostavnog indeksa (eksponenta) ⠱ (točkice 1,5 i 6).

Znak za kraj jednostavnog indeksa (eksponenta) može se izostaviti ako je nedvosmisleno jasno gdje indeks (eksponent) završava jer tako zapis postaje kraći. U slučaju nedoumice, uvijek je bolje staviti znak za kraj indeksa nego ga izostaviti.

Kako bi se izbjegla upotreba složenih indeksa (eksponenata), preporučljivo je u kraćim indeksima (eksponentima) razmake ispred računskih operacija zamijeniti znakom za povezivanje ⠈ (točkica 4).
Ovo nije preporučljivo kod duljih i složenijih izraza u indeksu (eksponentu) jer bi moglo doći do krivog tumačenja.

*Primjer 13.*
Pisanje jednostavnih eksponenata.
$z^n - 15$
⠵⠌⠝⠀⠤⠼⠁⠑

$x^3 + x^n$

*Primjer 14.*
Pisanje jednostavnih donjih desnih indeksa.
$a_x + 3$

$x_n - y_n$

*Primjer 15.*
Kombinirano pisanje indeksa i eksponenata.
$f_n(x) = x^n - 2n$

$(x_k)^n = x_k^n$

ili

*Primjer 16.*
Pisanje zbrajanja i oduzimanja potencija.
$x^{2n} + y^{2n}$

$n^{3k} - r^{4l} + u^{3m}$

*Primjer 17.*
Pisanje množenja potencija.
$a^k b^l c^m$

ili
$a^k \cdot b^l \cdot c^m$

$x^{3k} x^{4k} = x^{7k}$

ili

$x^{3k} \cdot x^{4k} = x^{7k}$

⠭⠌⠼⠉⠅ ⠄⠭⠌⠼⠙⠅ ⠶⠭⠌⠼⠛⠅

*Primjer 18.*

Pisanje dijeljenja potencija u obliku razlomka.

$$\frac{x^{2n}}{y^{2n}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{2n}$$

⠭⠌⠼⠃⠝⠳⠽⠌⠼⠃⠝ ⠶⠡⠭⠳⠽⠜⠌⠼⠃⠝

ili

⠭⠌⠼⠃⠝⠳⠳⠽⠌⠼⠃⠝⠱ ⠶⠣⠭⠳⠽⠜⠌⠼⠃⠝

*Primjer 19.*

Pisanje zbrajanja i oduzimanja članova s donjim desnim indeksima.

$x_{2n} + y_{2n} - z_{2n}$

⠭⠡⠼⠃⠝ ⠖⠽⠡⠼⠃⠝ ⠤⠵⠡⠼⠃⠝

*Primjer 20.*

Pisanje množenja i zbrajanja članova s donjim desnim indeksima.

$a_x b_x + a_y b_y$

⠁⠡⠭⠱⠃⠡⠭ ⠖⠁⠡⠽⠱⠃⠡⠽

ili

$a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y$

⠁⠡⠭ ⠄⠃⠡⠭ ⠖⠁⠡⠽ ⠄⠃⠡⠽

*Primjer 21.*

Pisanje potencija uz upotrebu znaka za povezivanje.

$x^{n+1} = x^n \cdot x$

⠭⠌⠝⠈⠖⠼⠁ ⠶⠭⠌⠝ ⠄⠭

*Primjer 22.*

Pisanje indeksa uz upotrebu znaka za povezivanje.

$y_{2k+1} = y_{2k-1} + 3k$

⠽⠡⠼⠃⠅⠈⠖⠼⠁ ⠶⠽⠡⠼⠃⠅⠈⠤⠼⠁ ⠖⠼⠉⠅

*Primjer 23.*

Pisanje skraćenih brojčanih razlomaka u eksponentu.

$y^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{y}$

⠽⠌⠼⠁⠒ ⠶⠌⠒⠩⠽

$32^{\frac{1}{5}} + (-8)^{\frac{1}{3}}$
⠼⠉⠃⠌⠼⠁⠢⠀⠖⠣⠤⠼⠓⠜⠌⠼⠁⠒

$x^{-\frac{1}{2}} = 4$
⠭⠌⠤⠼⠁⠆⠀⠶⠼⠙

## 8.3. SLOŽENI INDEKSI I EKSPONENTI

Ako indeks (eksponent) sadrži druge indekse (eksponente), razmake ili razlomke, naziva se složeni indeks (eksponent).
Kod pisanja složenog indeksa (eksponenta) ispred znaka za donji ili gornji indeks (eksponent) piše se predznak za složene indekse (eksponente) ⠨ (točkice 4 i 6).
Dakle, složeni gornji indeks (eksponent) počinje znakom ⠨⠌ (točkice 4 i 6; točkice 3 i 4), a složeni donji indeks znakom ⠨⠡ (točkice 4 i 6; točkice 1 i 6).
Na kraju svakog složenog indeksa (eksponenta) obavezno se piše znak za kraj složenog indeksa ⠨⠱ (točkice 4 i 6; točkice 1, 5 i 6).

Složeni indeks (eksponent) ponekad može i sam sadržavati druge složene indekse (eksponente). U tom slučaju ispred znaka za drugi složeni indeks (eksponent) piše se 2. predznak za složene indekse (eksponente) ⠐ (točkica 5).
Dakle, drugi složeni gornji indeks (eksponent) počinje znakom ⠐⠌ (točkica 5; točkice 3 i 4), a složeni donji indeks znakom ⠐⠡ (točkica 5; točkice 1 i 6).
Na kraju svakog ovakvog složenog indeksa (eksponenta) obavezno se piše 2. znak za kraj složenog indeksa ⠐⠱ (točkica 5; točkice 1, 5 i 6).
Ako postoji više razina indeksa (eksponenata) ovi parovi znakova za složene indekse (eksponente) se izmjenjuju.

Ako svi trenutno započeti indeksi (eksponenti) završavaju na istom mjestu može se upotrijebiti znak za kraj svih indeksa ⠿⠱ (točkice 1, 2, 3, 4, 5 i 6; točkice 1, 5 i 6).

Kada se na početku indeksa (eksponenta) nalazi znak za početak razlomka, tada se ispred tog znaka mora pisati znak ⠈ (točkica 4), kako se znak za početak razlomka ne bi zamijenio sa spuštenim brojem 2.

*Primjer 24.*
Pisanje eksponenta s eksponentom.

$x^{6^3} \neq x^{3^6}$

$y^{n^3} - y^{n^6}$

*Primjer 25.*
Pisanje indeksa s indeksom.
$x_{k_1} - x_{k_2}$

*Primjer 26.*
Pisanje eksponenata s indeksom.
$n^{k_2} + n^{k_3}$

*Primjer 27.*
Pisanje indeksa s eksponentom.
$\left(y_{n^k}\right)^r$

*Primjer 28.*
Pisanje složenog indeksa i složenog eksponenta.
$x_{k-1}^{n+1}$

ili

ili

*Primjer 29.*
Pisanje eksponenta bez i uz upotrebu znaka za povezivanje.
$8^{2x+3} = 4^{x-5}$

ili

*Primjer 30.*

Pisanje donjeg desnog indeksa bez i uz upotrebu znaka za povezivanje.

$n_{k+1} = n_{k-1} + 3n_k$

ili

*Primjer 31.*

Pisanje eksponenta u kojem nije moguća upotreba znaka za povezivanje.

$10^{x^2-7x+8} = 100^{x+1}$

$5^{(x-3)^2-5} = 625$

*Primjer 32.*

Pisanje razlomka u eksponentu.

$x^{\frac{k}{2}} = \sqrt{x^k}$

$x^{\frac{n^2-1}{n+2}} = 1$

*Primjer 33.*

Pisanje razlomaka sa složenim eksponentima.

$\frac{8^{2n+3}}{4^{3n+2}}$

ili

$\frac{2^{3n+2} - 2^{3n-1}}{2^{2n+3} - 2^{2n+1}}$

ili

*Primjer 34.*

Pisanje razlomka u indeksu.

$m_{\frac{k}{2}}$

*Primjer 35.*

Pisanje razlomka u eksponentu i indeksu.

$M = M_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{t_{\frac{1}{2}}}}$

*Primjer 36.*

Pisanje više razina indeksa i eksponenta.

$e^{\lim\limits_{x \to x_0} f(x)}$

*Primjer 37.*

Pisanje eksponencijalnih jednadžbi.

$27^{2x-1} = 9^3 \cdot 3^{x+3}$

ili

ili

$3^x + 3^{x+1} = 2^{2x+2}$

ili

# 9. KORIJENI

| | |
|---|---|
| ⠩ | predznak za korijen |
| ⠹ | znak za kraj jednostavnog korijena |
| ⠨⠩ | 1. predznak za složeni korijen |
| ⠨⠹ | 1. znak za kraj složenog korijena |
| ⠐⠩ | 2. predznak za složeni korijen |
| ⠐⠹ | 2. znak za kraj složenog korijena |
| ⠿⠹ | znak za kraj svih korijena |

Zapis n-tog korijena neke veličine na crnom tisku sastoji se od eksponenta (stupnja) korijena, znaka za korijen i veličine koja se korjenuje (radikanda). Cijeli radikand nalazi se ispod vodoravne crte koja je dio znaka za korijen.

Na brajici kod pisanja korijena postoje sljedeći elementi:

- eksponent (stupanj) korijena
- predznak za korijen
- radikand (izraz ispod korijena)
- znak za kraj korijena.

Predznak za korijen i radikand moraju se uvijek pisati.

Eksponent (stupanj) korijena piše se kao gornji lijevi indeks. Dakle, piše se s predznakom ⠌ (točkice 3 i 4), ili ⠼⠌ (točkice 3, 4, 5 i 6; točkice 3 i 4) kada je to potrebno. Dulji oblik se koristi kada ispred korijena višeg stupnja stoji neko slovo ili broj kako se stupanj korijena ne bi čitao kao eksponent slova ili broja ispred korijena.
Kod korijena drugog stupnja (kvadratnog korijena) stupanj korijena obično se ne piše.

Razlikujemo jednostavne i složene korijene.

Jednostavan korijen je onaj koji ne sadrži druge korijene, razmake ili razlomke.
Djelovanje znaka za jednostavan korijen prekidaju:
• razmak
• kraj reda, osim kada se koristi ⠈ (točkicu 4) radi prelaska u novi red
• razlomačka crta
• znak za kraj složenog korijena
• kraj spuštenog broja

• neki drugi korijen
• kraj indeksa (eksponenta) ili zagrade ako početak nije unutar korijena.

U svim drugim slučajevima kraj jednostavnog korijena mora biti označen znakom za kraj korijena ⠹ (točkice 1, 4, 5 i 6).

Znak za kraj jednostavnog korijena može se izostaviti ako je nedvosmi-sleno jasno gdje on završava jer je tako zapis kraći i stoga jasniji.
U slučaju nedoumice, uvijek je bolje staviti znak za kraj korijena.

Ako korijen sadrži druge korijene, razmake ili razlomke, tada govorimo o složenom korijenu.
Na početku složenog korijena piše se predznak za složeni korijen ⠨⠩ (točkice 4 i 6, točkice 1, 4 i 6). Na kraju svakog složenog korijena mora stajati znak za kraj složenog korijena ⠨⠹ (točkice 4 i 6, točkice 1, 4, 5 i 6).

Složeni korijen ponekad može i sam sadržavati drugi složeni korijen. U tom slučaju ispred znaka za drugi složeni korijen piše se 2. predznak za složene korijene ⠐⠩ (točkica 5, točkice 1, 4 i 6).
Na kraju svakog ovakvog složenog korijena obavezno se piše 2. znak za kraj složenog korijena ⠐⠹ (točkica 5; točkice 1, 4, 5 i 6).
Ako postoji više razina složenih korijena ovi parovi znakova za početak i kraj složenih korijena se izmjenjuju.

Ako svi trenutno uvedeni korijeni završavaju na istom mjestu, može se upotrijebiti znak za kraj svih korijena ⠿⠹ (točkice 1, 2, 3, 4, 5 i 6; točkice 1, 4, 5 i 6).

Kako bi se izbjeglo upotrebu složenih korijena razmaci ispred računskih operacija mogu se zamijeniti znakom za povezivanje ⠈ (točkicom 4).
Upotreba znaka za povezivanje nije pogodna za složene izraze koji bi mogli postati nerazumljivi zbog izostavljanja razmaka.
Znak za povezivanje ⠈ (točkica 4) ne smije se koristiti za povezivanje izraza u kojima je već upotrijebljen taj znak.

*Primjer 1.*
Pisanje jednostavnog drugog korijena.

$\sqrt{17}$ $\sqrt{2x}$ $\sqrt{6y^3}$

⠩⠼⠁⠛⠀⠀⠀⠩⠼⠃⠭⠀⠀⠀⠩⠼⠋⠽⠌⠒

*Primjer 2.*
Pisanje jednostavnog korijena višeg stupnja.

$\sqrt[4]{32}$ $\sqrt[3]{5t}$ $\sqrt[5]{x^6}$ $\sqrt[n]{x^m}$

⠌⠲⠩⠼⠉⠃⠀⠀⠀⠌⠒⠩⠼⠑⠞⠀⠀⠀⠌⠢⠩⠭⠌⠖⠀⠀⠀⠌⠏⠩⠭⠌⠍

*Primjer 3.*
Pisanje korijena umnoška i umnoška korijena.

$\sqrt{xy} = \sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$

⠩⠭⠽⠀⠶⠨⠩⠭⠀⠄⠽⠨⠹⠀⠶⠩⠭⠀⠄⠩⠽

*Primjer 4.*
Pisanje jednostavnog razlomka ispod korijena.

$$\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

⠩⠼⠉⠲⠀⠶⠩⠼⠉⠳⠩⠼⠙⠀⠶⠩⠼⠉⠳⠼⠃

$$\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$$

⠨⠩⠭⠳⠽⠨⠹⠀⠶⠩⠭⠳⠩⠽

*Primjer 5.*
Pisanje slova iza korijena.

$z = \sqrt{2} - \sqrt{3}i$

⠵⠀⠶⠩⠼⠃⠀⠤⠩⠼⠉⠹⠊

*Primjer 6.*
Pisanje korijena bez i uz upotrebu znaka za povezivanje.

$\sqrt{4x - 5}$

⠨⠩⠼⠙⠭⠀⠤⠼⠑⠨⠹

ili

⠩⠼⠙⠭⠈⠀⠤⠼⠑

*Primjer 7.*
Pisanje korijena u kojem nije moguća upotreba znaka za povezivanje.

$\sqrt{3x^3 - 4x^2 + 8}$

⠨⠩⠼⠉⠭⠌⠒⠀⠤⠼⠙⠭⠌⠆⠀⠖⠼⠓⠨⠹

$$\sqrt{x_1 + x_2 + x_3}$$

*Primjer 8.*

Pisanje složenog korijena.

$$\sqrt{(x-p)^2 + (y-q)^2} = r$$

$$\sqrt[5]{(x-5)^3 - 8}$$

*Primjer 9.*

Pisanje osnovnih operacija sa složenim korijenima (bez i uz upotrebu znaka za povezivanje).

$$\sqrt{11x+3} - \sqrt{3-x} = \sqrt{9x+7}$$

ili

$$\sqrt{x-5} \cdot \sqrt{x+3} = \sqrt{x^2 - 2x - 15}$$

ili

$$\frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{x+2}}$$

ili

*Primjer 10.*

Pisanje korijena drugog stupnja jednostavnog ispod složenog.

$$\sqrt{3\sqrt{3}} = \sqrt{\sqrt{3^2 \cdot 3}} = \sqrt[4]{3^3}$$

$$\sqrt{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$$

⠨⠩⠩⠭⠀⠖⠩⠽⠨⠹

*Primjer 11.*
Pisanje složenih korijena drugog stupnja jedan ispod drugog (bez i sa znakom za povezivanje).

$$\sqrt{s+t-3\sqrt{s+t}+\sqrt{s}}$$

⠨⠩⠎⠀⠖⠞⠀⠤⠼⠉⠐⠩⠎⠀⠖⠞⠐⠹⠀⠖⠩⠎⠨⠹

ili

⠨⠩⠎⠀⠖⠞⠀⠤⠼⠉⠩⠎⠈⠖⠞⠀⠖⠹⠎⠨⠹

$$\sqrt{11-\sqrt{x+3}}=3$$

⠨⠩⠼⠁⠁⠀⠤⠐⠩⠭⠀⠖⠼⠉⠐⠹⠨⠹⠀⠶⠼⠉

ili

⠨⠩⠼⠁⠁⠀⠤⠐⠩⠭⠀⠖⠼⠉⠿⠹⠀⠶⠼⠉

ili

⠨⠩⠼⠁⠁⠀⠤⠩⠭⠈⠖⠼⠉⠨⠹⠀⠶⠼⠉

*Primjer 12.*
Pisanje više složenih korijena drugog stupnja jedan ispod drugog (bez i sa znakom za povezivanje).

$$\sqrt{4y\sqrt{y+\sqrt{3-y}}+6}$$

⠨⠩⠼⠙⠽⠐⠩⠽⠀⠖⠨⠩⠼⠉⠀⠤⠽⠨⠹⠐⠹⠀⠖⠼⠋⠨⠹

ili

⠨⠩⠼⠙⠽⠐⠩⠽⠀⠖⠩⠼⠉⠈⠤⠽⠐⠹⠀⠖⠼⠋⠨⠹

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{6}-2}-4}$$

⠨⠩⠐⠩⠩⠼⠋⠀⠤⠼⠃⠐⠹⠀⠤⠼⠙⠨⠹

ili

⠨⠩⠐⠩⠩⠼⠋⠹⠀⠤⠼⠃⠐⠹⠀⠤⠼⠙⠨⠹

*Primjer 13.*

Pisanje korijena različitog stupnja jedan ispod drugoga.

$$\sqrt[4]{\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{y}}$$

$$u=\sqrt[3]{-\frac{q}{2}\pm\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}}$$

$$\sqrt[4]{x^3\cdot\sqrt[4]{x^2\cdot\sqrt[5]{x^2}}}$$

*Primjer 14*

*Pisanje složenih stupnjeva korijena.*

$$\sqrt[2n+1]{4y-5}$$

ili

$$\sqrt[\frac{3m}{2n}]{x+y}$$

ili

*Primjer 15.*

Pisanje broja ili slova ispred korijena (bez i sa znakom množenja).

$$5\sqrt[n]{y-6}$$

ili

$5 \cdot \sqrt[n]{y-6}$

⠼⠑⠀⠄⠌⠝⠨⠩⠽⠀⠤⠼⠋⠨⠹
ili
⠼⠑⠀⠄⠌⠝⠩⠽⠈⠀⠤⠼⠋⠹

$x\sqrt[k+1]{y^{k-1}}$
⠭⠼⠨⠌⠅⠀⠖⠼⠁⠀⠨⠱⠨⠩⠽⠨⠌⠅⠀⠤⠼⠁⠨⠱⠨⠹
ili
⠭⠼⠌⠅⠈⠖⠼⠁⠩⠽⠌⠅⠈⠀⠤⠼⠁

$x \cdot \sqrt[k+1]{y^{k-1}}$
⠭⠀⠄⠨⠌⠅⠀⠖⠼⠁⠀⠨⠱⠨⠩⠽⠨⠌⠅⠀⠤⠼⠁⠨⠱⠨⠹
ili
⠭⠀⠄⠌⠅⠈⠖⠼⠁⠩⠽⠌⠅⠈⠀⠤⠼⠁

*Primjer 16.*
Pisanje korijena u obliku potencije.
$\sqrt[4]{x^5} = x^{\frac{5}{4}}$

⠌⠲⠩⠭⠌⠢⠀⠶⠭⠌⠼⠑⠲

$\sqrt[k+1]{x^{2k-3}} = x^{\frac{2k-3}{k+1}}$

⠨⠌⠅⠀⠖⠼⠁⠨⠱⠩⠭⠨⠌⠼⠃⠅⠀⠤⠼⠉⠨⠱⠀⠶⠭⠨⠌⠈⠆⠼⠃⠅⠀⠤⠼⠉⠠
⠀⠀⠳⠀⠅⠀⠖⠼⠁⠰⠨⠱
ili

⠌⠅⠈⠖⠼⠁⠱⠩⠭⠌⠼⠃⠅⠈⠤⠼⠉⠱⠀⠶⠭⠨⠌⠈⠆⠼⠃⠅⠈⠤⠼⠉⠳⠈
⠀⠀⠅⠈⠖⠼⠁⠰⠨⠱

# 10. DODATNE OZNAKE

Mnogi matematički simboli na crnom tisku uz osnovni dio imaju i dodatne oznake pomoću kojih taj simbol dobiva novo značenje.

Ove dodatne oznake nalaze se iznad, ispod, desno gore ili desno dolje od osnovnog dijela simbola.

Tako, na primjer, imamo:

- Strelice iznad slova koje ih određuju kao vektore.
- Crtice iznad slova koje ih određuju kao dužine.
- Apostrof uz simbol funkcije koji označava njenu derivaciju.

Slova i brojke koji su pisani uz osnovni znak u spuštenoj ili povišenoj razini ne promatraju se kao oznake nego kao donji i gornji indeksi ili eksponenti. Vodoravne crte iznad perioda, kao i točkice iznad znamenaka, kod pisanja periodičnog decimalnog broja također se ne promatraju kao dodatne oznake.

U brajici razlikujemo jednostavne i skupne oznake. Jednostavna oznaka odnosi se na jedan znak. Skupna oznaka odnosi se na više znakova (skupinu znakova) koje povezuje.

## ZNAKOVI ZA POČETAK I KRAJ DODATNIH OZNAKA

| | |
|---|---|
| ⠘ | predznak za jednostavnu gornju oznaku |
| ⠰ | predznak za jednostavnu donju oznaku |
| ⠨ | predznak za skupnu gornju oznaku |
| ⠸ | predznak za skupnu donju oznaku |
| ⠹ | znak za kraj skupne oznake |
| ⠨ | predznak za složenu skupnu oznaku |
| ⠨⠹ | znak za kraj složene skupne oznake |

## OZNAKE DESNO GORE ILI DESNO DOLJE OD OSNOVNOG ZNAKA

| | | |
|---|---|---|
| ' | ⠲ | apostrof |
| ∗ | ⠔ | zvjezdica |
| X | ⠦ | križić |
| + | ⠖ | plus |
| − | ⠤ | minus |
| − | ⠹ | kuka, kvačica |

## OZNAKE IZNAD ILI ISPOD OSNOVNOG ZNAKA

| | | |
|---|---|---|
| − | ⠒ | crtica |
| ~ | ⠢ | tilda |
| • | ⠆ | točka |
| c | ⠴ | kružić |
| ^ | ⠬ | krović |
| = | ⠶ | znak jednakosti |
| ⌢ | ⠣ | luk |
| → | ⠒⠂ | strelica udesno |
| ← | ⠐⠒ | strelica ulijevo |
| > | ⠹⠐ | klin s vrhom desno |
| < | ⠹⠂ | klin s vrhom lijevo |

Iza oznaka za kuku, krović i klinove mora stajati razmak ili znak ⠠ (točkica 6) kod pisanja interpunkcije, jer bi se u suprotnom mogli zamijeniti s drugim znakovima.

## 10.1. JEDNOSTAVNE OZNAKE

Jednostavne oznake, oznake koje se odnose na jedan znak crnog tiska, na brajici se pišu odmah s desne strane znaka na koji se odnose, bez obzira na to jesu li na crnom tisku iznad, ispod, desno gore ili desno dolje od znaka.

Kod jednostavnih oznaka prvo se piše predznak za oznaku koji pokazuje gdje se ona nalazi na crnom tisku u odnosu na osnovni znak, gore ili gore desno, odnosno dolje ili dolje desno.

Kod pisanja jednostavnih gornjih oznaka često se izostavlja predznak za gornje oznake ⠘ (točkice 4 i 5), kada to ne može dovesti do krivog tumačenja.

Ponekad se uz osnovni znak nalaze i jednostavna oznaka i indeks odnosno eksponent. Hoće li se na brajici prije pisati jednostavna oznaka ili indeks (eksponent) ovisi o matematičkom sadržaju. Bira se redoslijed koji će dovesti do boljeg razumijevanja matematičkog sadržaja. To je najčešće redoslijed kojim se matematički simbol čita.

Ako je više jednostavnih oznaka istog tipa zamijenjeno brojem u zagradi, na primjer kod višestrukih derivacija, taj se broj piše kao indeks (vidi primjer 11.).

*Primjer 1.*

Pisanje konjugirano kompleksnih brojeva.

$\overline{z} = a - bi$

⠵⠒⠀⠶⠁⠀⠤⠃⠊

ili

⠵⠘⠒⠀⠶⠁⠀⠤⠃⠊

$\overline{z_1} = a_1 - b_1 i$

⠵⠡⠂⠘⠒⠀⠶⠁⠡⠂⠀⠤⠃⠡⠂⠊

$\overline{z} \cdot w + z \cdot \overline{w}$

⠵⠒⠀⠄⠺⠀⠖⠵⠀⠄⠺⠒

ili

⠵⠘⠒⠀⠄⠺⠀⠖⠵⠀⠄⠺⠘⠒

*Primjer 2.*

Pisanje vektora malim slovom.

$\vec{a} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$

⠁⠒⠂⠀⠶⠭⠀⠄⠊⠒⠂⠀⠖⠽⠀⠄⠚⠒⠂

ili

⠁⠘⠒⠂⠀⠶⠭⠀⠄⠊⠘⠒⠂⠀⠖⠽⠀⠄⠚⠘⠒⠂

$\overrightarrow{a_1} + \overrightarrow{a_2} = \overrightarrow{a_3}$

⠁⠡⠂⠘⠒⠂⠀⠖⠁⠡⠆⠘⠒⠂⠀⠶⠁⠡⠒⠘⠒⠂

*Primjer 3.*

Pisanje modula vektora.

$|\vec{v}| = 2$

⠈⠇⠧⠒⠂⠈⠇⠀⠶⠼⠃

ili

⠈⠇⠧⠘⠒⠂⠈⠇⠀⠶⠼⠃

*Primjer 4.*

Pisanje plusa i minusa desno dolje uz osnovni znak, te gore desno uz osnovni znak.

$\mathbb{R}_{+}$ $\mathbb{R}_{-}$

⠨⠨⠗⠰⠖⠀⠀⠀⠨⠨⠗⠰⠤

$\mathbb{R}_{0}^{+}$ $\mathbb{R}_{0}^{-}$

⠨⠨⠗⠡⠴⠱⠘⠖⠀⠀⠀⠨⠨⠗⠡⠴⠱⠘⠤

ili

⠨⠨⠗⠘⠖⠡⠴⠀⠀⠀⠀⠨⠨⠗⠘⠤⠡⠴

*Primjer 5.*

Pisanje tilde iznad slova.

$\tilde{x}\tilde{C} + \widetilde{D} = 0$

⠭⠢⠨⠉⠢⠀⠖⠨⠙⠢⠀⠶⠼⠚

ili

⠭⠘⠢⠨⠉⠘⠢⠀⠖⠨⠙⠘⠢⠀⠶⠼⠚

*Primjer 6.*

Pisanje točke iznad slova.

$\dot{c}(t) = (\dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t))$

⠉⠆⠣⠞⠜⠀⠶⠣⠭⠆⠣⠞⠜⠂⠀⠽⠆⠣⠞⠜⠂⠀⠵⠆⠣⠞⠜⠜

ili

⠉⠘⠆⠣⠞⠜ ⠶⠣⠭⠘⠆⠣⠞⠜⠂ ⠽⠘⠆⠣⠞⠜⠂ ⠵⠘⠆⠣⠞⠜⠜

*Primjer 7.*

Pisanje dvije točke iznad slova.

$\ddot{c}(t) = (\ddot{x}(t), \ddot{y}(t), \ddot{z}(t))$

⠉⠆⠆⠣⠞⠜ ⠶⠣⠭⠆⠆⠣⠞⠜⠂ ⠽⠆⠆⠣⠞⠜⠂ ⠵⠆⠆⠣⠞⠜⠜

ili

⠉⠘⠆⠆⠣⠞⠜ ⠶⠣⠭⠘⠆⠆⠣⠞⠜⠂ ⠽⠘⠆⠆⠣⠞⠜⠂ ⠵⠘⠆⠆⠣⠞⠜⠜

*Primjer 8.*

Pisanje indeksa i točke iznad slova.

$\dot{z}_{k-1}$

⠵⠡⠅⠈⠤⠼⠁⠱⠘⠆

ili

⠵⠆⠡⠅⠈⠤⠼⠁

ili

⠵⠘⠆⠡⠅⠈⠤⠼⠁

*Primjer 9.*

Pisanje zvjezdice gore desno od slova i indeksa.

$m_k^*$

⠍⠡⠅⠱⠘⠔

ili

⠍⠔⠡⠅

ili

⠍⠘⠔⠡⠅

*Primjer 10.*

Pisanje zbroja derivacija.

$f_1'(x) + f_2'(x) = (f_1 + f_2)'(x)$

⠋⠡⠂⠘⠲⠣⠭⠜⠀⠖⠋⠡⠆⠘⠲⠣⠭⠜⠀⠶⠣⠋⠡⠂⠀⠖⠋⠡⠆⠜⠲⠣⠭⠜

ili

⠋⠡⠂⠘⠲⠣⠭⠜⠀⠖⠋⠡⠆⠘⠲⠣⠭⠜⠀⠶⠣⠋⠡⠂⠀⠖⠋⠡⠆⠜⠘⠲⠣⠭⠜

jasnije nego

⠋⠲⠡⠂⠣⠭⠜⠀⠖⠋⠲⠡⠆⠣⠭⠜⠀⠶⠣⠋⠡⠂⠀⠖⠋⠡⠆⠜⠲⠣⠭⠜

*Primjer 11.*

Pisanje višestrukih derivacija.

$f'(x)\ f''(x)\ \ f'''(x)\ \ f^{(4)}(x)$

⠋⠲⠣⠭⠜⠀⠀⠋⠲⠲⠣⠭⠜⠀⠀⠋⠲⠲⠲⠣⠭⠜⠀⠀⠋⠌⠣⠼⠙⠜⠲⠣⠭⠜

*Primjer 12.*

Pisanje znaka jednakosti iznad slova (dvostruko konjugirano).

$\bar{\bar{z}} = z$

⠵⠶⠀⠶⠵

ili

⠵⠘⠶⠀⠶⠵

ili ako se želi posebno istaknuti dvostruka konjugacija

⠵⠘⠒⠘⠒⠀⠶⠵

## 10.2. SKUPNE OZNAKE

Skupne oznake odnose se na više znakova i pišu se neposredno ispred skupine znakova na koji se odnose.

Svaka skupna oznaka započinje predznakom ili za gornje ili za donje skupne oznake. Nakon toga slijedi niz znakova na koji se ta skupna oznaka odnosi.

Kada se koristi znak za kraj skupne oznake, on se piše neposredno iza niza znakova na koji se skupna oznaka odnosi.

Ako skupna oznaka ne sadrži druge skupne oznake, razmake ili razlomke, tada govorimo o jednostavnoj skupnoj oznaci.

Djelovanje jednostavne skupne oznake završava:

- razmak
- kraj reda, osim kada se koristi znak ⠈ (točkicu 4) radi prelaska u novi red
- razlomačka crta
- znak za kraj složene skupne oznake
- nova skupna oznaka
- kraj razlomka ili zagrade ako početak nije unutar skupne oznake.

Ako skupna oznaka obuhvaća druge skupne oznake, razmake ili razlomačku crtu, tada se radi o složenoj skupnoj oznaci.
Svaka složena skupna oznaka počinje predznakom za složene skupne oznake ⠨ (točkice 4 i 6). Dakle, ispred gornje složene skupne oznake piše se ⠨⠨ (točkice 4 i 6, točkice 4 i 6), a ispred donje složene skupne

oznake piše se ⠨⠸ (točkice 4 i 6, točkice 4, 5 i 6). Svaka složena skupna oznaka mora završavati znakom za kraj složene skupne oznake ⠨⠹ (točkice 4 i 6; točkice 1, 4, 5 i 6).
Ako se razmaci ispred operacija zamijene znakom za povezivanje ⠈ (točkicom 4), ponekad se umjesto složene skupne oznake može koristiti znak za običnu skupnu oznaku. Znak za povezivanje treba pažljivo koristiti kako se ne bi izgubilo na jasnoći.

Strelice i vodoravne crte koriste se i kao jednostavne oznake i kao skupne oznake. Stoga se, samo iznimno, i kad se koriste kao jednostavne oznake mogu pisati ispred osnovnog znaka, ako to dovodi do boljeg razumijevanja matematičkog teksta. Ovo se osobito odnosi na pisanje vektora.

*Primjer 13.*

Pisanje oznake za dužinu.

$\overline{AB} \perp \overline{GH}$

⠨⠒⠘⠁⠃ ⠼⠄⠨⠒⠘⠛⠓

*Primjer 14.*

Pisanje oznake za luk.

$\widehat{AB}$

⠨⠣⠘⠁⠃

$\widehat{ABC} \neq \widehat{ADC}$

⠨⠣⠘⠁⠃⠉ ⠲⠶⠨⠣⠘⠁⠙⠉

*Primjer 15.*

Pisanje vektora zadanih dvjema točkama.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

⠨⠒⠂⠘⠁⠃⠀⠖⠨⠒⠂⠘⠃⠉⠀⠶⠨⠒⠂⠘⠁⠉

*Primjer 16.*

Pisanje suprotnog vektora.

$$\overrightarrow{AB} = \overleftarrow{BA}$$

⠨⠒⠂⠘⠁⠃⠀⠶⠨⠐⠒⠘⠃⠁

*Primjer 17.*

Kombinirano pisanje vektora.

$$\vec{a} + \overrightarrow{DE} = \vec{e}$$

⠁⠒⠂⠀⠖⠨⠒⠂⠘⠙⠑⠀⠶⠑⠒⠂

ili

⠁⠘⠒⠂⠀⠖⠨⠒⠂⠘⠙⠑⠀⠶⠑⠘⠒⠂

ili iznimno radi ujednačenog pisanja

⠨⠒⠂⠁⠀⠖⠨⠒⠂⠘⠙⠑⠀⠶⠨⠒⠂⠑

*Primjer 18.*

Pisanje skupnih oznaka unutar razlomka.

$$\lambda = \frac{\overrightarrow{EF}}{\overrightarrow{GH}}$$

⠰⠇⠀⠶⠆⠨⠒⠂⠘⠑⠋⠳⠨⠒⠂⠘⠛⠓⠰

ili

⠰⠇⠀⠶⠨⠒⠂⠘⠑⠋⠳⠨⠒⠂⠘⠛⠓

*Primjer 19.*

Pisanje donje skupne oznake.

$\underline{ST} = \underline{UV}$

⠸⠒⠘⠎⠞⠀⠶⠸⠒⠘⠥⠧

*Primjer 20.*

Pisanje složene skupne oznake bez i uz upotrebu znaka za povezivanje.

$\overline{A \cup B \cup C} = \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$

⠨⠨⠒⠨⠁⠀⠩⠄⠨⠃⠀⠩⠄⠨⠉⠨⠹⠀⠶⠨⠁⠒⠀⠬⠄⠨⠃⠒⠀⠬⠄⠨⠉⠒

ili

⠨⠒⠨⠁⠈⠩⠄⠨⠃⠈⠩⠄⠨⠉⠀⠶⠨⠁⠒⠀⠬⠄⠨⠃⠒⠀⠬⠄⠨⠉⠒

*Primjer 21.*

Pisanje složene skupne oznake i indeksa.

$\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$

⠨⠨⠒⠵⠡⠂⠀⠖⠵⠡⠆⠸⠹⠀⠶⠵⠡⠂⠘⠒⠀⠖⠵⠡⠆⠘⠒

ili iznimno radi ujednačenog pisanja

⠨⠨⠒⠵⠡⠂⠀⠖⠵⠡⠆⠸⠹⠀⠶⠨⠒⠵⠡⠂⠀⠖⠨⠒⠵⠡⠆

*Primjer 22.*

Pisanje složene skupne oznake koja sadrži druge oznake.

$$\overline{\overline{z} + \overline{w}} = z + w$$

⠨⠨⠒⠵⠒⠀⠖⠺⠒⠨⠹⠀⠶⠵⠀⠖⠺

*Primjer 23.*

Pisanje skupne oznake iznad zagrada.

$$\overline{(2 + 3\iota)(3 - 2\iota)} = (\overline{2 + 3\iota}) \cdot (\overline{3 - 2\iota})$$

⠨⠨⠒⠣⠼⠃⠀⠖⠼⠉⠠⠊⠜⠣⠼⠉⠀⠤⠼⠃⠠⠊⠜⠨⠹⠠
⠀⠀⠶⠣⠨⠨⠒⠼⠃⠀⠖⠼⠉⠠⠊⠨⠹⠜⠣⠨⠨⠒⠼⠉⠀⠤⠼⠃⠠⠊⠨⠹⠜

# 11. SKUPOVI I LOGIKA

| | | |
|---|---|---|
| $\{$ | ⠐⠷ | otvorena vitičasta zagrada |
| $\}$ | ⠐⠾ | zatvorena vitičasta zagrada |
| $\mathbb{N}$ | ⠨⠨⠝ | skup prirodnih brojeva |
| $\mathbb{Z}$ | ⠨⠨⠵ | skup cijelih brojeva |
| $\mathbb{Q}$ | ⠨⠨⠟ | skup racionalnih brojeva |
| $\mathbb{R}$ | ⠨⠨⠗ | skup realnih brojeva |
| $\mathbb{C}$ | ⠨⠨⠉ | skup kompleksnih brojeva |
| $\mathbb{H}$ | ⠨⠨⠓ | skup kvaterniona |
| $\emptyset$ | ⠯⠕ | prazan skup |
| $\aleph$ | ⠯⠁ | alef |
| $\forall$ | ⠯⠂ | za svaki |
| $\exists$ | ⠯⠢ | postoji takav |
| $\nexists$ | ⠲⠯⠢ | ne postoji takav |
| $\exists!$ | ⠯⠢⠫ | postoji jedinstven |
| $\in$ | ⠯⠑ | je element |
| $\notin$ | ⠲⠯⠑ | nije element |
| $\ni$ | ⠯⠔ | sadrži kao element |
| $\subseteq$ | ⠣⠶ | podskup |
| $\nsubseteq$ | ⠲⠣⠶ | nije podskup |
| $\subset$ | ⠣⠄ | pravi podskup |
| $\not\subset$ | ⠲⠣⠄ | nije pravi podskup |
| $\supseteq$ | ⠜⠶ | nadskup |
| $\nsupseteq$ | ⠲⠜⠶ | nije nadskup |
| $\supset$ | ⠜⠂ | pravi nadskup |
| $\not\supset$ | ⠲⠜⠂ | nije pravi nadskup |
| $\cup$ | ⠩⠄ | unija |
| $\bigcup$ | ⠯⠩ | indeksirana unija |
| $\cap$ | ⠬⠄ | presjek |
| $\bigcap$ | ⠯⠬ | indeksirani presjek |
| $\setminus$ | ⠡⠄ | razlika skupova, bez |
| $\Delta$ | ⠌⠄ | simetrična razlika skupova |
| $\times$ | ⠦ | Kartezijev produkt |
| $\prod$ | ⠯⠏ | indeksirani Kartezijev produkt |

| | | |
|---|---|---|
| $\vert$ | ⠈⠇ | takav da je, sa svojstvom |
| $\mathcal{P}$ | ⠘⠨⠏ | partitivni skup |
| $\sqcup$ | ⠩⠒ | disjunktna unija* |
| $\sqcap$ | ⠬⠒ | disjunktni presjek* |
| $\bigsqcup$ | ⠯⠩⠒ | indeksirana disjunktna unija |
| $\bigsqcap$ | ⠯⠬⠒ | indeksirani disjunktni presjek |
| | | |
| $\wedge$ | ⠬⠂ | et, i |
| $\vee$ | ⠩⠂ | vel, inkluzivno ili |
| $\veebar$ | ⠩⠰⠒ | aut, ekskluzivno ili |
| $\neg$ | ⠒⠔ | non, negacija |
| $\Rightarrow$ | ⠶⠶⠕ | dvostruka strelica desno, implicira |
| $\Leftarrow$ | ⠪⠶⠶ | dvostruka strelica lijevo, slijedi iz |
| $\Leftrightarrow$ | ⠪⠶⠶⠕ | dvostruka strelica lijevo i desno, ekvivalencija |
| $\top$ | ⠼⠞ | istina |
| $\bot$ | ⠼⠳ | laž |

Znakovi crnog tiska označeni zvjezdicom (*) koriste se i u drugim područjima matematike s različitim značenjima.

Ispred svih znakova iz tablice koji označavaju relaciju ili operaciju između skupova piše se razmak, a iza njih nema razmaka.

Iza znaka *postoji jedinstven* mora stajati razmak ili predznak za vrstu slova kada bi moglo doći do zamjene sa znakom za neku funkciju.

Kod znakova za *indeksiranu uniju, presjek* i *Kartezijev produkt,* donja i gornja granica na brajici se prikazuju kao desni donji i gornji indeks.

Prema dogovoru, prvo se piše donja granica. Nakon označenih granica je razmak, a zatim izraz nad kojim se vrši unija, presjek ili Kartezijev produkt.

Ako se unija, presjek ili Kartezijev produkt vrše po skupu indeksa, tada se to piše kao donji indeks.

Ispred znakova za logičke operacije *i*, *ili* (inkluzivno i ekskluzivno) i negaciju piše se razmak, a iza njih ga nema.

Budući da navedene strelice govore o odnosu između cjelina, ispred i iza njih piše se razmak.

*Primjer 1.*

Pisanje oznaka za posebne skupove.

$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$

⠨⠨⠝⠀⠣⠶⠨⠨⠵⠀⠣⠶⠨⠨⠟⠀⠣⠶⠨⠨⠗

*Primjer 2.*

Pisanje znakova za element, nije element i sadrži kao element.

$7 \in \mathbb{N}$

⠼⠛⠀⠯⠑⠨⠨⠝

$-8 \notin \mathbb{N}$

⠤⠼⠓⠀⠲⠯⠑⠨⠨⠝

$\mathbb{R} \ni 0.345$

⠨⠨⠗⠀⠯⠔⠼⠚⠄⠉⠙⠑

*Primjer 3.*

Zadavanje skupa nabrajanjem elemenata, pisanje unije i presjeka, oznake za prazan skup.

$A = \{2,4,6\}$

⠨⠁⠀⠶⠐⠷⠼⠃⠂⠀⠼⠙⠂⠀⠼⠋⠐⠾

$B = \{1,3,5,7\}$

⠨⠃⠀⠶⠐⠷⠼⠁⠂⠀⠼⠉⠂⠀⠼⠑⠂⠀⠼⠛⠐⠾

$A \cap B = \emptyset$

⠨⠁⠀⠬⠄⠨⠃⠀⠶⠯⠕

$A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,7\}$

⠨⠁⠀⠩⠄⠨⠃⠀⠶⠐⠷⠼⠁⠂⠀⠼⠃⠂⠀⠼⠉⠂⠀⠼⠙⠂⠀⠼⠑⠂⠀⠼⠋⠂⠠
⠀⠀⠼⠛⠐⠾

*Primjer 4.*

Zadavanje skupa pomoću svojstva.

$S = \{\, n \in \mathbb{N} \mid n = 2k - 1, k \in \mathbb{N} \,\}$

⠨⠎⠀⠶⠐⠷⠝⠀⠯⠑⠨⠨⠝⠀⠈⠇⠀⠝⠀⠶⠼⠃⠅⠀⠤⠼⠁⠐⠠
⠀⠀⠅⠀⠯⠑⠨⠨⠝⠐⠾

ili

$S = \{n \in \mathbb{N} :\; n = 2k - 1, k \in \; \mathbb{N}\}$

⠨⠎⠀⠶⠐⠷⠝⠀⠯⠑⠨⠨⠝⠀⠠⠒⠀⠝⠀⠶⠼⠃⠅⠀⠤⠼⠁⠐⠠
⠀⠀⠅⠀⠯⠑⠨⠨⠝⠐⠾

*Primjer 5.*

Pisanje znakova za svaki i postoji takav.

$(\forall y \in T)(\, \exists x \in S \mid f(x) = y\,)$

⠣⠯⠂⠽⠀⠯⠑⠨⠞⠜⠀⠣⠯⠢⠭⠀⠯⠑⠨⠎⠀⠈⠇⠀⠋⠣⠭⠜⠀⠶⠽⠜

ili

$(\forall y \in T)(\exists x \in S: f(x) = y)$

⠣⠯⠂⠽⠀⠯⠑⠨⠞⠜⠀⠣⠯⠢⠭⠀⠯⠑⠨⠎⠀⠠⠒⠀⠋⠣⠭⠜⠀⠶⠽⠜

*Primjer 6.*

Pisanje znakova za razliku, uniju i presjek skupova.

$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

⠨⠁⠀⠡⠄⠣⠨⠃⠀⠩⠄⠨⠉⠜⠀⠶⠣⠨⠁⠀⠡⠄⠨⠃⠜⠀⠬⠄⠣⠨⠁⠀⠡⠄⠨⠉⠜

*Primjer 7.*

Pisanje znakova nije podskup i nije pravi nadskup.

$A \nsubseteq B$

⠨⠁⠀⠲⠣⠶⠨⠃

$C \not\supset D$

⠨⠉⠀⠲⠜⠂⠨⠙

*Primjer 8.*

Pisanje implikacije.

$A \subset B \Longrightarrow A \cap B = A$

⠨⠁⠀⠣⠄⠨⠃⠀⠶⠶⠕⠀⠨⠁⠀⠬⠄⠨⠃⠀⠶⠨⠁

*Primjer 9.*

Pisanje komplementa skupa.

$(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

⠣⠨⠁⠀⠬⠄⠨⠃⠜⠌⠉⠀⠶⠨⠁⠌⠉⠀⠩⠄⠨⠃⠌⠉

$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

⠨⠨⠒⠨⠁⠀⠬⠄⠨⠃⠨⠹⠀⠶⠨⠁⠒⠀⠩⠄⠨⠃⠒

*Primjer 10.*

Pisanje simetrične razlike i ekvivalencije.

$$A \Delta B = A \cup B \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$$

⠨⠁⠀⠌⠄⠨⠃⠀⠶⠨⠁⠀⠩⠄⠨⠃⠀⠪⠶⠶⠕⠀⠨⠁⠀⠬⠠⠨⠃⠀⠶⠯⠕

*Primjer 11.*

Pisanje indeksirane unije nad skupom indeksa.

$$A \cup \bigcup_{i \in I} A_i = \bigcup_{i \in I} (A \cup A_i)$$

⠨⠁⠀⠩⠄⠯⠩⠡⠊⠈⠯⠑⠨⠊⠀⠨⠁⠡⠊⠀⠶⠯⠩⠡⠊⠈⠯⠑⠨⠊⠠
⠀⠀⠣⠨⠁⠀⠩⠄⠨⠁⠡⠊⠜

ili

⠨⠁⠀⠩⠄⠯⠩⠡⠊⠀⠯⠑⠨⠊⠱⠀⠨⠁⠡⠊⠀⠶⠯⠩⠡⠊⠀⠯⠑⠨⠊⠱⠠
⠀⠀⠣⠨⠁⠀⠩⠄⠨⠁⠡⠊⠜

*Primjer 12.*

Pisanje Kartezijevog produkta.

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

⠨⠁⠀⠦⠣⠨⠃⠀⠩⠄⠨⠉⠜⠀⠶⠣⠨⠁⠀⠦⠨⠃⠜⠀⠩⠄⠣⠨⠁⠀⠦⠨⠉⠜

*Primjer 13.*

Pisanje indeksiranog Kartezijevog produkta.

$$\prod_{k=1}^{n} A_k = A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$$

⠯⠏⠡⠇⠈⠶⠼⠁⠌⠝⠀⠨⠁⠡⠅⠀⠶⠨⠁⠡⠂⠀⠦⠨⠁⠡⠆⠀⠦⠄⠄⠄⠠
⠀⠀⠦⠨⠁⠡⠝

ili

⠯⠏⠡⠅⠀⠶⠼⠁⠱⠌⠝⠀⠨⠁⠡⠅⠀⠶⠨⠁⠡⠂⠀⠦⠨⠁⠡⠆⠀⠦⠄⠄⠄⠠
⠀⠀⠦⠨⠁⠡⠝

*Primjer 14.*

Pisanje znaka za partitivni skup.

$A \subseteq B \Rightarrow \mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(B)$

⠨⠁⠀⠣⠶⠨⠃⠀⠶⠶⠕⠀⠘⠨⠏⠣⠨⠁⠜⠀⠣⠶⠘⠨⠏⠣⠨⠃⠜

*Primjer 15.*

Pisanje znaka alef.

$n + \aleph_0 = \aleph_0$
⠝⠀⠖⠯⠁⠡⠴⠀⠶⠯⠁⠡⠴

$\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0$
⠯⠁⠡⠴⠀⠖⠯⠁⠡⠴⠀⠶⠯⠁⠡⠴

$\aleph_0 + C = C$

⠯⠁⠡⠴⠀⠖⠨⠉⠀⠶⠨⠉

*Primjer 16.*

Pisanje znakova et i vel.

$\big((r \wedge s) \vee (s \wedge t)\big) \Rightarrow \mathrm{u}$

⠣⠣⠗⠀⠬⠂⠎⠜⠀⠩⠂⠣⠎⠀⠬⠂⠞⠜⠜⠀⠶⠶⠕⠀⠥

*Primjer 17.*

Pisanje negacije i implikacije.

$((x \Rightarrow \mathrm{y}) \Rightarrow (\neg \mathrm{x} \Rightarrow \mathrm{y})) \Rightarrow \mathrm{y}$

⠣⠣⠭⠀⠶⠶⠕⠀⠽⠜⠀⠶⠶⠕⠀⠣⠒⠔⠭⠀⠶⠶⠕⠀⠽⠜⠜⠀⠶⠶⠕⠀⠽

*Primjer 18.*

Pisanje ekvivalencije.

$(\forall x)(P(x) \Rightarrow \mathrm{Q}) \Leftrightarrow \left((\forall \mathrm{x})\mathrm{P}(\mathrm{x}) \Rightarrow \mathrm{Q}\right)$

⠣⠯⠂⠭⠜⠀⠣⠨⠏⠣⠭⠜⠀⠶⠶⠕⠀⠨⠟⠜⠀⠪⠶⠶⠕⠀⠣⠣⠯⠂⠭⠜⠠
⠀⠀⠨⠏⠣⠭⠜⠀⠶⠶⠕⠀⠨⠟⠜

# 12. TRIGONOMETRIJSKE I HIPERBOLNE FUNKCIJE

| | | |
|---|---|---|
| arc | ⠫⠁ | arkus |
| sin | ⠫⠎ | sinus |
| cos | ⠫⠉ | kosinus |
| tan, tg | ⠫⠞ | tangens |
| cotan, ctg | ⠫⠳ | kotangens |
| sec | ⠫⠤ | sekans |
| cosec | ⠫⠣ | kosekans |
| arcsin | ⠫⠂⠎ | arkus sinus |
| arccos | ⠫⠂⠉ | arkus kosinus |
| arctan, arctg | ⠫⠂⠞ | arkus tangens |
| arccot, arcctg | ⠫⠂⠳ | arkus kotangens |
| arcsec | ⠫⠂⠤ | arkus sekans |
| arccosec | ⠫⠂⠣ | arkus kosekans |
| cis | ⠫⠉⠊⠎ | skraćeni oblik trigonometrijskog zapisa kompleksnog broja |
| sinh, sh | ⠫⠦⠎ | sinus hiperbolni |
| cosh, ch | ⠫⠦⠉ | kosinus hiperbolni |
| tanh, th | ⠫⠦⠞ | tangens hiperbolni |
| coth, cth | ⠫⠦⠳ | kotangens hiperbolni |
| sech | ⠫⠦⠤ | sekans hiperbolni |
| csch | ⠫⠦⠣ | kosekans hiperbolni |
| arsinh, arsh | ⠫⠂⠦⠎ | area sinus hiperbolni |
| arcosh, arch | ⠫⠂⠦⠉ | area kosinus hiperbolni |
| artanh, arth | ⠫⠂⠦⠞ | area tangens hiperbolni |
| arcoth, arcth | ⠫⠂⠦⠳ | area kotangens hiperbolni |
| arcsech | ⠫⠂⠦⠤ | area sekans hiperbolni |
| arccsch | ⠫⠂⠦⠣ | area kosekans hiperbolni |

Brajični simboli navedeni u tablici koriste se za sve varijante odgovarajućih skraćenih simbola za funkcije na crnom tisku.

Iza oznake funkcije ne piše se razmak ako je argument:

- broj
- skraćeno pisani brojčani razlomak ili mješoviti broj
- jednostavan umnožak
- slovo pisano s predznakom (veliko ili malo, latinično ili grčko).

Ako je argument malo latiničko slovo piše se bez razmaka s predznakom za mala latinička slova ⠠ (točkica 6).

U svim drugim slučajevima, između funkcije i argumenta piše se razmak.

Ako argument sadrži razmak, razlomak ili zagradu, ispred njega se piše razmak. Svi argumenti u obliku razlomaka, osim skraćeno pisanih brojčanih razlomaka, pišu se sa znakovima za početak i kraj razlomka.

Pravila za pisanje argumenata vrijede i za potencije trigonometrijskih i hiperbolnih funkcija.

U tekstu za koji se ne očekuje da će čitatelj poznavati skraćene brajične oznake za funkcije, dozvoljeno je simbole za ove funkcije pisati i s predznakom za kratice ⠻ (točkice 1,2, 4, 5 i 6) i kraticom crnog tiska. Tako se, na primjer, simbol ⠫⠎ može pisati i ⠻⠎⠊⠝.

Brajične oznake su strukturirane na sljedeći način:

- Kotangens, sekans i kosekans su recipročni tangensu, kosinusu i sinusu. To je ilustrirano rotacijom početnog znaka oko vodoravne osi u brajevoj kućici.
- Kod hiperbolnih funkcija dodan je predznak ⠦ (spušteno h).
- Kod funkcija arkus i area dodan je predznak ⠂ (spušteno a).

*Primjer 1.*

Pisanje broja iza oznake trigonometrijske funkcije.

$sin60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

⠫⠎⠼⠋⠚⠘⠴ ⠶⠩⠼⠉⠳⠼⠃

$sin28°37'46'' = 0.47914$

⠫⠎⠼⠃⠓⠘⠴⠼⠉⠛⠘⠲⠼⠙⠋⠘⠲⠲ ⠶⠼⠚⠄⠙⠛⠊⠁⠙

$tg0,21 =$*3.29868*

⠫⠞⠼⠚⠄⠃⠁ ⠶⠼⠉⠄⠃⠊⠓⠋⠓

$tg2x + ctg3x = 1$

⠫⠞⠼⠃⠭ ⠖⠫⠳⠼⠉⠭ ⠶⠼⠁

*Primjer 2.*

Pisanje slova iza oznake trigonometrijske funkcije.

$sin\alpha = \frac{a}{c}$

⠫⠎⠰⠁ ⠶⠁⠳⠉

$ctgx = \frac{cos\,x}{sin\,x}$

⠫⠳⠠⠭ ⠶⠆⠫⠉⠠⠭⠳⠫⠎⠠⠭⠰

*Primjer 3.*

Pisanje razlomka iza oznake trigonometrijske funkcije.

$$\sin\frac{\pi}{4} = \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

⠫⠎⠀⠆⠰⠏⠳⠼⠙⠰⠀⠶⠫⠎⠼⠙⠑⠘⠴⠀⠶⠩⠼⠃⠳⠼⠃

$$cos\frac{x-3}{2} = 0.5$$

⠫⠉⠀⠆⠭⠀⠤⠼⠉⠀⠳⠀⠼⠃⠰⠀⠶⠼⠚⠄⠑

ili

⠫⠉⠀⠆⠭⠈⠤⠼⠉⠳⠼⠃⠰⠀⠶⠼⠚⠄⠑

*Primjer 4.*

Pisanje zagrade iza oznake trigonometrijske funkcije.

$$\cos(x + 2k\pi) = \cos x$$

⠫⠉⠀⠣⠭⠀⠖⠼⠃⠅⠰⠏⠜⠀⠶⠫⠉⠠⠭

*Primjer 5.*

Pisanje potencija trigonometrijske funkcije.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

⠫⠎⠌⠆⠰⠁⠀⠖⠫⠉⠌⠆⠰⠁⠀⠶⠼⠁

$$\sin^3(\mathrm{x} + \mathrm{y}) - \sin^3(\mathrm{x} - \mathrm{y}) = 1$$

⠫⠎⠌⠒⠀⠣⠭⠀⠖⠽⠜⠀⠤⠫⠎⠌⠒⠀⠣⠭⠀⠤⠽⠜⠀⠶⠼⠁

*Primjer 6.*

Pisanje arkusa trigonometrijske funkcije.

$$arcsin\frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$$

$$arctg0.4712 = \alpha$$

*Primjer 7.*

Pisanje trigonometrijske funkcije unutar razlomka.

$$tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$$

$$\frac{\sin(\mathrm{x}+\mathrm{y})}{2} \neq \sin\frac{\mathrm{x}+\mathrm{y}}{2}$$

ili

*Primjer 8.*

Pisanje umnoška trigonometrijskih funkcija bez i sa znakom množenja.

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

ili

⠫⠉ ⠣⠭ ⠖⠽⠜ ⠶⠫⠉⠠⠭ ⠫⠉⠠⠽ ⠤⠫⠎⠠⠭ ⠫⠎⠠⠽

$\cos(x+y)=\cos x\cdot\cos y-\sin x\cdot\sin y$

⠫⠉ ⠣⠭ ⠖⠽⠜ ⠶⠫⠉⠠⠭ ⠄⠫⠉⠠⠽ ⠤⠫⠎⠠⠭ ⠄⠫⠎⠠⠽

*Primjer 9.*

Pisanje umnoška trigonometrijskih funkcija kojima je argument razlomak.

$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

⠫⠉⠰⠁ ⠤⠫⠉⠰⠃ ⠶⠤⠼⠃⠫⠎ ⠆⠰⠁ ⠖⠰⠃ ⠳ ⠼⠃⠰⠠
  ⠫⠎ ⠆⠰⠁ ⠤⠰⠃ ⠳ ⠼⠃⠰

ili

⠫⠉⠰⠁ ⠤⠫⠉⠰⠃ ⠶⠤⠼⠃⠫⠎ ⠆⠰⠁⠈⠖⠰⠃⠳⠼⠃⠰⠠
  ⠄⠫⠎ ⠆⠰⠁⠈⠤⠰⠃⠳⠼⠃⠰

*Primjer 10.*

Pisanje trigonometrijskog zapisa kompleksnog broja na dva načina (puni i skraćeni oblik).

$z=r(\cos\varphi+i\sin\varphi)$

⠵ ⠶⠗⠣⠫⠉⠰⠋ ⠖⠊⠫⠎⠰⠋⠜

$z=rcis\varphi$

⠵ ⠶⠗⠫⠉⠊⠎⠰⠋

$z_1\cdot z_2=(r_1\cdot r_2)\cdot[cos(\phi_1+\phi_2)+i\,sin(\phi_1+\phi_2)]$

⠵⠡⠂ ⠄⠵⠡⠆ ⠶⠣⠗⠡⠂ ⠄⠗⠡⠆⠜ ⠄⠷⠫⠉ ⠣⠰⠋⠡⠂⠠
  ⠖⠰⠋⠡⠆⠜ ⠖⠊⠫⠎ ⠣⠰⠋⠡⠂ ⠖⠰⠋⠡⠆⠜⠾

$$z_1 \cdot z_2 = (r_1 \cdot r_2) \cdot cis(\phi_1 + \phi_2)$$

$$z^n = r^n(\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$$

$$z^n = r^n \operatorname{cis} n\varphi$$

*Primjer 11.*

Pisanje hiperbolne funkcije.

$$sh\ x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$ch^2x - sh^2x = 1$$

*Primjer 12.*

Pisanje area funkcije.

$$\operatorname{arch} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$$

# 13. LOGARITAMSKE I EKSPONENCIJALNE FUNKCIJE

| | | |
|---|---|---|
| log, lg | ⠫⠇ | logaritam |
| ln | ⠫⠦⠇ | prirodni logaritam |
| ld | ⠫⠲⠇ | logaritmus dualis |
| antilog | ⠫⠂⠇ | antilogaritam |
| exp | ⠫⠑ | eksponencijalna funkcija baze e |
| num | ⠫⠝ | numerus |

Brajični simboli navedeni u tablici koriste se za sve varijante odgovarajućih skraćenih simbola za funkcije na crnom tisku.

Iza oznake funkcije, bez obzira na bazu, ne piše se razmak ako je argument:

- broj
- skraćeno pisani brojčani razlomak ili mješoviti broj
- jednostavan umnožak
- slovo pisano s predznakom (veliko ili malo, latiničko ili grčko).

Ako je argument malo latiničko slovo piše se bez razmaka s predznakom za mala latinička slova ⠠ (točkica 6).

U svim drugim slučajevima, između funkcije i argumenta piše se razmak.

Ako argument sadrži razmak, razlomak ili zagradu, ispred njega se piše razmak. Svi argumenti u obliku razlomaka, osim skraćeno pisanih brojčanih razlomaka, pišu se sa znakovima za početak i kraj razlomka.

Pravila za pisanje argumenata vrijede i za potencije logaritamskih funkcija.

Kako na crnom tisku, tako i na brajici baza logaritamske funkcije piše se kao desni donji indeks. Kod dekadskih logaritama baza se obično ne piše. Ako je baza prirodni broj, skraćeno pisani brojčani razlomak ili mješoviti broj nije potreban znak za kraj indeksa ⠱ (točkice 1, 5 i 6) pa se on ni ne piše. Iznimno, ako se takvi logaritmi kombiniraju s logaritmima

kod kojih je znak za kraj indeksa obavezan, mogu se i oni pisati s tim znakom radi ujednačenog pisanja i lakšeg uočavanja baze.
Kada logaritamska funkcija ima i bazu i eksponent, prvo se piše baza logaritamske funkcije (desni donji indeks), a zatim eksponent funkcije.

U tekstu za koji se ne očekuje da će čitatelj poznavati skraćene brajične oznake za funkcije, dozvoljeno je simbole za ove funkcije pisati i s predznakom za kratke riječi ⠻ (točkice 1,2, 4, 5 i 6) i kraticom crnog tiska. Tako se, na primjer, simbol ⠫⠇ (oznaka logaritma) može pisati i ⠻⠇⠕⠛.

*Primjer 1.*

Pisanje broja i slova iza oznake logaritamske funkcije.

$log\,2x - log\,y = 1$
⠫⠇⠼⠃⠭⠀⠤⠫⠇⠠⠽⠀⠶⠼⠁

*Primjer 2.*

Pisanje logaritama s cjelobrojnom bazom.

$log_2\,8 = 3$
⠫⠇⠡⠆⠼⠓⠀⠶⠼⠉

$log_3\frac{1}{9} = -2$
⠫⠇⠡⠒⠼⠁⠔⠀⠶⠤⠼⠃

*Primjer 3.*

Pisanje logaritama kojima je baza decimalni broj.

$log_{0.2}\,625 = -4$
⠫⠇⠡⠼⠚⠄⠃⠱⠼⠋⠃⠑⠀⠶⠤⠼⠙

*Primjer 4.*

Pisanje logaritama kojima je baza korijen.

$$log_{\sqrt{5}} 125 = 6$$

⠫⠇⠡⠩⠼⠑⠱⠼⠁⠃⠑⠀⠶⠼⠋

*Primjer 5.*

Pisanje logaritama kojima je baza označena slovom.

$$log_a x = \frac{log_b x}{log_b a}$$

⠫⠇⠡⠁⠱⠠⠭⠀⠶⠆⠫⠇⠡⠃⠱⠠⠭⠳⠫⠇⠡⠃⠱⠠⠁⠰

ili

⠫⠇⠡⠁⠱⠠⠭⠀⠶⠆⠫⠇⠡⠃⠱⠠⠭⠀⠳⠀⠫⠇⠡⠃⠱⠠⠁⠰

*Primjer 6.*

Pisanje logaritama kojima je baza razlomak.

$$log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{4} = -2$$

⠫⠇⠡⠼⠃⠒⠼⠊⠲⠀⠶⠤⠼⠃

ili

⠫⠇⠡⠼⠃⠒⠱⠼⠊⠲⠀⠶⠤⠼⠃

$$log_{\frac{x}{3}} 32 = -5$$

⠫⠇⠨⠡⠭⠳⠼⠉⠨⠱⠼⠉⠃⠀⠶⠤⠼⠑

*Primjer 7.*

Pisanje zagrade iza oznake logaritamske funkcije.

$$log(x - 1) + log(x + 1) = log(x^2 - 1)$$

$$log_2(x+3)+log_2(x-3)=4$$

*Primjer 8.*

Pisanje razlomka iza oznake logaritamske funkcije.

$$log\,\frac{10a}{b^2}=1+log\,a-2\,log\,b$$

$$log\,\frac{3x-1}{5-4x}=1$$

ili

$$log_5\frac{2x-1}{x+2}=log_5(x-2)$$

ili

*Primjer 9.*

Pisanje prirodnog logaritma.

$$ln\,4.5=1.504$$

$ln(x+9)=3$

⠫⠦⠇⠀⠣⠭⠀⠖⠼⠊⠜⠀⠶⠼⠉

*Primjer 10.*

Pisanje potencije logaritma.

$log^2 x + 6logx + 5 = 0$

⠫⠇⠌⠆⠠⠭⠀⠖⠼⠋⠫⠇⠠⠭⠀⠖⠼⠑⠀⠶⠼⠚

$log_3^2 x - log_3 10x + 9 = 0$

⠫⠇⠡⠒⠌⠆⠠⠭⠀⠤⠫⠇⠡⠒⠼⠁⠚⠭⠀⠖⠼⠊⠀⠶⠼⠚

*Primjer 11.*

*Pisanje logaritma koji u bazi ima potenciju.*

$log_{a^n}x = \frac{log_a x}{n}$

⠫⠇⠨⠡⠁⠌⠝⠨⠱⠠⠭⠀⠶⠆⠫⠇⠡⠁⠱⠠⠭⠳⠝⠰

ili

⠫⠇⠨⠡⠁⠌⠝⠨⠱⠠⠭⠀⠶⠆⠫⠇⠡⠁⠱⠀⠭⠀⠳⠀⠝⠰

*Primjer 12.*

Pisanje više uzastopnih logaritama.

$log_3 log_8 log_2 x = log_3 2 - 1$

⠫⠇⠡⠒⠫⠇⠡⠦⠫⠇⠡⠆⠠⠭⠀⠶⠫⠇⠡⠒⠼⠃⠀⠤⠼⠁

ili

⠫⠇⠡⠒⠀⠫⠇⠡⠦⠀⠫⠇⠡⠆⠠⠭⠀⠶⠫⠇⠡⠒⠼⠃⠀⠤⠼⠁

*Primjer 13*.
Pisanje veze između logaritamske i eksponencijalne funkcije.
$$a^{\log_a x} = x$$

⠁⠨⠌⠫⠇⠡⠁⠱⠠⠭⠨⠱⠀⠶⠭

*Primjer 14.*

Pisanje eksponencijalne funkcije baze *e.*

$$exp(x) = e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$$

⠫⠑⠣⠭⠜⠀⠶⠑⠌⠭⠀⠶⠯⠎⠡⠅⠈⠶⠼⠚⠌⠼⠿⠀⠆⠭⠌⠅⠳⠅⠫⠰

$$exp\left(\frac{x+y}{2}\right) = exp\left(\frac{x}{2}\right) \cdot exp\left(\frac{y}{2}\right)$$

⠫⠑⠣⠆⠭⠀⠖⠽⠀⠳⠀⠼⠃⠰⠜⠀⠶⠫⠑⠣⠭⠳⠼⠃⠜⠠
⠀⠀⠄⠫⠑⠣⠽⠳⠼⠃⠜
ili
⠫⠑⠣⠭⠈⠖⠽⠳⠼⠃⠜⠀⠶⠫⠑⠣⠭⠳⠼⠃⠜⠀⠆⠫⠑⠣⠽⠳⠼⠃⠜

$$e^{ix} = cos\, x + isin\, x$$

⠑⠌⠊⠭⠀⠶⠫⠉⠠⠭⠀⠖⠊⠫⠎⠠⠭

$$exp(ix) = cos\, x + isin\, x$$

⠫⠑⠣⠊⠭⠜⠀⠶⠫⠉⠠⠭⠀⠖⠊⠫⠎⠠⠭

# 14. GEOMETRIJA

| | | |
|---|---|---|
| △ | ⠻⠲ | trokut |
| ○ | ⠻⠴ | krug |
| □ | ⠻⠶ | kvadrat |
| ▭ | ⠻⠿ | pravokutnik |
| ◊ | ⠻⠢ | romb |
| ▱ | ⠻⠖ | paralelogram |
| ⌀ | ⠻⠔ | promjer |
| ∠, ∡, ∢ | ⠻⠪ | kut |
| ∟ | ⠻⠦ | pravi kut |
| ↻ | ⠻⠒⠂ | u smjeru kazaljke na satu |
| ↺ | ⠻⠐⠒ | obrnuto od smjera kazaljke na satu |
| $\overline{\phantom{AB}}$ | ⠨⠒ | dužina |
| ⌢ | ⠨⠣ | luk |
| ⟶ | ⠨⠒⠂ | vektor između dvije točke |
| → | ⠒⠂ | vektor pisan malim slovom |
| ≅ | ⠢⠶ | sukladno, kongruentno |
| ≇ | ⠲⠢⠶ | nije sukladno, nije kongruentno |
| ∼ | ⠢ | slično |
| ≁ | ⠲⠢ | nije slično |
| ≃ | ⠢⠒ | homotetično |
| ≄ | ⠲⠢⠒ | nije homotetično |
| ⊥ | ⠼⠄ | okomito na |
| ∥ | ⠈⠿ | paralelno sa |
| ∦ | ⠲⠈⠿ | nije paralelno sa |
| ⋕ | ⠈⠿⠶ | paralelno i jednako |
| $\overline{\wedge}$ | ⠒⠬ | projektivno sa |
| $\overline{\overline{\wedge}}$ | ⠶⠬ | perspektivno sa |
| | | |
| grad | ⠫⠛ | grad (gradijent) |
| div | ⠫⠙ | divergencija |
| rot, curl | ⠫⠗ | rotacija |
| ∇ | ⠯⠝ | nabla |

Na crnom tisku postoje posebni simboli za neke geometrijske likove. Ovi simboli na brajici tvore se pomoću predznaka ⠻ (točkice 1, 2, 4, 5 i 6) iza kojeg slijedi znak koji nije slovo.

Isti se predznak koristi i kod nekih funkcija kao predznak za kratice, no tada iza njega slijedi neko slovo (vidi poglavlje 3) pa ne može doći do krivog tumačenja.
Iza simbola za geometrijske likove koji počinju znakom ⠻ (točkice 1, 2, 4, 5 i 6) mora stajati znak za vrstu slova, na primjer veliko ili malo slovo.

Znakovi za dužine i lukove spadaju u skupne oznake (dodatne oznake koje se odnose na više slova), pa se pišu ispred skupine slova na koju se odnose.

Strelica kao oznaka za vektor, ako povezuje krajnje točke vektora spada u skupne oznake i piše se ispred oznaka točaka na koje se odnosi.
Ako se strelica kao oznaka za vektor odnosi na jedno slovo (najčešće malo latinično slovo), tada ona spada u jednostavne oznake i piše se iza slova. (Vidi poglavlje 10).
Ako će to dovesti do boljeg razumijevanja, samo iznimno, strelica kao oznaka za vektor, i kada se odnosi samo na jedno slovo, može se pisati ispred slova na koje se odnosi. To je slučaj kod najelementarnije primjene vektora.

Znakovi za sukladno, slično, paralelno, okomito i sl. su znakovi za relacije, pa se ispred njih stavlja razmak, a iza ga nema.

*Primjer 1.*

Pisanje sličnosti trokuta.

$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \sim \triangle A_1B_1C_1$

⠻⠲⠘⠁⠃⠉⠀⠢⠻⠲⠘⠁⠲⠃⠲⠉⠲⠀⠢⠻⠲⠘⠁⠡⠂⠃⠡⠂⠉⠡⠂

*Primjer 2.*
Pisanje kutova.
$\angle pVq = \angle AVB = \angle V$

⠻⠪⠠⠏⠨⠧⠟⠀⠶⠻⠪⠘⠁⠧⠃⠀⠶⠻⠪⠨⠧

*Primjer 3.*

Pisanje sukladnosti kutova i dužina.

$∡ABC≅∡BCA$

⠻⠪⠘⠁⠃⠉⠀⠢⠶⠻⠪⠘⠃⠉⠁

$\overline{CD} \cong \overline{EF}$

⠨⠒⠘⠉⠙⠀⠢⠶⠨⠒⠘⠑⠋

*Primjer 4.*

Pisanje jednakosti i nejednakosti kutova.

$\angle aBc = \angle CBA$

⠻⠪⠠⠁⠨⠃⠉⠀⠶⠻⠪⠘⠉⠃⠁

$\angle aVb \neq \angle cVd$

⠻⠪⠠⠁⠨⠧⠃⠀⠲⠶⠻⠪⠉⠨⠧⠙

*Primjer 5.*

Pisanje veličine kuta.

$|\angle ABC| = 35°$

⠈⠇⠻⠪⠘⠁⠃⠉⠈⠇⠀⠶⠼⠉⠑⠘⠴

$|\angle A| = 54°$

⠈⠇⠻⠪⠨⠁⠈⠇⠀⠶⠼⠑⠙⠘⠴

*Primjer 6.*

Pisanje okomitosti dužina.

$\overline{AB} \perp \overline{CD}$

⠨⠒⠘⠁⠃⠀⠼⠄⠨⠒⠘⠉⠙

*Primjer 7.*

Pisanje pripadnosti dužini.

$D \in \overline{AB}$

⠨⠙⠀⠯⠑⠨⠒⠘⠁⠃

*Primjer 8.*

Pisanje paralelnosti pravaca.

$p \parallel q$

⠏⠀⠈⠿⠟

*Primjer 9.*

Pisanje luka.

$l = \overset{\frown}{ABC}$

⠇⠀⠶⠨⠣⠘⠁⠃⠉

$\overset{\frown}{CD} \neq \overset{\frown}{DC}$

⠨⠣⠘⠉⠙⠀⠲⠶⠨⠣⠘⠙⠉

*Primjer 10.*

Pisanje promjera kruga (kružnice).

⌀K=8 cm

⠻⠔⠨⠅⠀⠶⠼⠓⠸⠉⠍

⌀k(CDE)=12.3 mm

⠻⠔⠠⠅⠣⠘⠉⠙⠑⠜⠀⠶⠼⠁⠃⠄⠉⠸⠍⠍

*Primjer 11.*

Pisanje projektivnosti.

$$\{A_1, B_1, C_1\} \overline{\wedge} \{A_2, B_2, C_2\}$$

*Primjer 12.*

Pisanje vektora zadanog točkama.

$$\overrightarrow{AC} = k \cdot \overrightarrow{SC}$$

$$2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CD} + 3\overrightarrow{EF}$$

$$\overrightarrow{T_1T_2} = 3\overrightarrow{T_3T_4}$$

*Primjer 13.*

Pisanje vektora malim slovom.

$$\vec{a} = 2\,\vec{\imath} - 4\,\vec{\jmath}$$

ili

$$\vec{c} = \lambda\vec{a} + \mu\vec{b}$$

ili

$$\vec{u} = -\frac{1}{2}\vec{\imath} - \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\jmath}$$

ili

⠥⠘⠒⠂⠀⠶⠤⠼⠁⠆⠠⠊⠘⠒⠂⠀⠤⠆⠩⠼⠉⠳⠼⠃⠰⠠⠚⠘⠒⠂

*Primjer 14.*

Kombinirano pisanje vektora.

$\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1)\vec{\imath} + (y_2 - y_1)\vec{\jmath}$

⠨⠒⠂⠘⠁⠃⠀⠶⠣⠭⠡⠆⠀⠤⠭⠡⠂⠜⠊⠒⠂⠀⠖⠣⠽⠡⠆⠀⠤⠽⠡⠂⠜⠚⠒⠂

$\overrightarrow{AB} + 3\,\vec{a} = \overrightarrow{DE} - 4\,\vec{b}$

⠨⠒⠂⠘⠁⠃⠀⠖⠼⠉⠠⠁⠒⠂⠀⠶⠨⠒⠂⠘⠙⠑⠀⠤⠼⠙⠠⠃⠒⠂

ili radi ujednačenog pisanja

⠨⠒⠂⠘⠁⠃⠀⠖⠼⠉⠨⠒⠂⠁⠀⠶⠨⠒⠂⠘⠙⠑⠀⠤⠼⠙⠨⠒⠂⠃

*Primjer 15.*

Pisanje nul-vektora.

$\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$

⠨⠒⠂⠘⠉⠙⠀⠖⠨⠒⠂⠘⠙⠉⠀⠶⠼⠚⠒⠂

$4\vec{u} - 9\vec{v} = \vec{0}$

⠼⠙⠠⠥⠒⠂⠀⠤⠼⠊⠠⠧⠒⠂⠀⠶⠼⠚⠒⠂

*Primjer 16.*

Pisanje skalarnog produkta i modula vektora.

$\left(a_x\vec{\imath} + a_y\vec{\jmath}\right) \cdot \left(b_x\vec{\imath} + b_y\vec{\jmath}\right) = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y$

⠣⠁⠡⠭⠱⠊⠒⠂⠀⠖⠁⠡⠽⠱⠚⠒⠂⠜⠀⠄⠣⠃⠡⠭⠱⠊⠒⠂⠠
⠀⠀⠖⠃⠡⠽⠱⠚⠒⠂⠜⠀⠶⠁⠡⠭⠀⠄⠃⠡⠭⠀⠖⠁⠡⠽⠀⠄⠃⠡⠽

$$\left|a_x\vec{\imath}+a_y\vec{\jmath}\right| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = |\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot cos\alpha$$

*Primjer 17.*

Pisanje potencije vektora.

$$\vec{a}^2\cdot\vec{b}^2 - \left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)^2 > 0$$

*Primjer 18.*

Pisanje radij-vektora.

$$\vec{r}_T = \frac{\vec{r}_A - \lambda\vec{r}_B}{1-\lambda}$$

ili

*Primjer 19.*
*Pisanje vektora u obliku matrice.*

$$\vec{m} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

*Primjer 20.*

Pisanje gradijenta, divergencije, rotacije i nable.

$\mathrm{grad} f = \nabla f$

⠫⠛⠠⠋ ⠶⠯⠝⠠⠋

$\mathrm{div} w = \nabla \cdot w$

⠫⠙⠠⠺ ⠶⠯⠝⠠⠺

$\mathrm{rot} w = \nabla \times w$

⠫⠗⠠⠺ ⠶⠯⠝ ⠦⠺

# 15. ANALIZA

| | | |
|---|---|---|
| $\infty$ | ⠼⠿ | beskonačno |
| $\sum$ | ⠯⠎ | znak za sumu |
| $\prod$ | ⠯⠏ | znak za produkt |
| | ⠡ | donja granica integrala |
| | ⠌ | gornja granica integrala |
| $\circ$ | ⠴ | kompozicija (kružić) |
| arg | ⠫⠷ | argument |
| $\int$ | ⠮ | integral |
| $\iint$ | ⠮⠮ | dvostruki integral |
| $\oint$ | ⠮⠴ | krivuljni integral |
| $\oiint$ | ⠮⠮⠴ | plošni integral |
| $\underline{\int}$ | ⠮⠰⠒ | donji integral |
| $\overline{\int}$ | ⠮⠒ | gornji integral |
| | ⠘⠮ | integral posebne vrste |
| $\vert$ | ⠈⠇ | oznaka za interval integracije |
| | ⠲ | derivacija označena apostrofom |
| | ⠆ | derivacija označena točkom |
| $\partial$ | ⠈⠙ | parcijalna derivacija |
| $\Delta$ | ⠯⠙ | diferencija, prirast |
| lim | ⠼⠇ | limes |
| $\underline{\lim}$ | ⠼⠇⠰⠒ | limes inferior |
| $\overline{\lim}$ | ⠼⠇⠒ | limes superior |
| $inf$ | ⠻⠊⠝⠋ | infimum |
| $sup$ | ⠻⠎⠥⠏ | supremum |

Kod znaka za sumu i produkt donja i gornja granica na brajici se prikazuju kao desni donji i gornji indeks. Prema dogovoru, prvo se piše donja granica. Nakon označenih granica je razmak, a zatim izraz koji se sumira ili množi.

Ako se suma ili produkt vrše po skupu indeksa, tada se to piše kao donji indeks.

Kod pisanja donje granice preporučuje se upotreba znaka za povezivanje ⠈ (točkica 4), kako bi zapis bio kraći i jasniji.

Kod neodređenog integrala, nakon oznake integrala stoji razmak, a zatim funkcija i diferencijal varijable integracije.

Kod određenog integrala, na brajici se donja i gornja granica pišu odmah nakon znaka integrala kao desni donji i gornji indeks. Prema dogovoru, prvo se piše donja granica. Nakon označenih granica je razmak, a zatim funkcija koja se integrira i diferencijal varijable integracije.

Kad se kod granica integracije pojavljuje računska operacija, preporučuje se upotreba znaka za povezivanje ⠈ (točkica 4), kako bi zapis bio kraći i jasniji.

Ako se diferencijal varijable integracije piše odmah iza znaka za kraj razlomka ispred njega se mora pisati ⠠ (točkica 6) kako se ne bi čitao kao grčko slovo.
Općenito, kada se želi istaknuti diferencijal varijable integracije može se odvojiti razmakom.

Kod pisanja limesa dio koji se na crnom tisku piše ispod glavnog dijela simbola na brajici se piše kao donji indeks. Umjesto razmaka ispred strelice, preporučuje se pisanje znaka za povezivanje ⠈ (točkica 4).

Brajične oznake za derivacije spadaju u jednostavne oznake (vidi poglavlje 10). Kod višestrukih derivacija više jednostavnih oznaka istog tipa je zamijenjeno brojem u zagradi i taj se broj piše kao desni gornji indeks.

*Primjer 1.*

Pisanje kompozicije funkcija.

$(f \circ g)(x) = f(g(x))$

⠣⠋⠀⠴⠛⠜⠣⠭⠜⠀⠶⠋⠣⠛⠣⠭⠜⠜

$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$

⠓⠀⠴⠣⠛⠀⠴⠋⠜⠀⠶⠣⠓⠀⠴⠛⠜⠀⠴⠋

*Primjer 2.*

Pisanje indeksirane sume.

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

⠯⠎⠡⠅⠈⠶⠼⠁⠌⠝⠀⠅⠌⠆⠀⠶⠆⠝⠣⠝⠀⠖⠼⠁⠜⠣⠼⠃⠝⠀⠖⠼⠁⠜⠠
⠀⠀⠳⠀⠼⠋⠰

$$\sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} = 2^n$$

⠯⠎⠡⠊⠈⠶⠼⠚⠌⠝⠀⠣⠝⠰⠳⠊⠜⠀⠶⠼⠃⠌⠝

*Primjer 3.*

Pisanje sume nad skupom indeksa.

$$\sum_{k \in A} (3k - 2)^3$$

⠯⠎⠡⠅⠈⠯⠑⠨⠁⠀⠣⠼⠉⠅⠀⠤⠼⠃⠜⠌⠒

*Primjer 4.*

Pisanje indeksiranog produkta.

$$\prod_{i=1}^{n} i = n!$$

⠯⠏⠡⠊⠈⠶⠼⠁⠌⠝⠀⠊⠀⠶⠝⠫

*Primjer 5.*

Pisanje neodređenog integrala.

$$\int x\,dx = \frac{x^2}{2} + C$$

⠮⠀⠭⠙⠭⠀⠶⠭⠌⠆⠳⠼⠃⠀⠖⠨⠉

$$\int \cos\frac{x}{2}\,dx = 2\sin\frac{x}{2} + C$$

⠮⠀⠫⠉⠀⠆⠭⠳⠼⠃⠰⠠⠙⠭⠀⠶⠼⠃⠫⠎⠀⠆⠭⠳⠼⠃⠰⠀⠖⠨⠉

*Primjer 6.*

Pisanje neodređenog integrala polinoma.

$$\int (x^3 - 2x^2 + 4)dx$$

⠮⠀⠣⠭⠌⠒⠀⠤⠼⠃⠭⠌⠆⠀⠖⠼⠙⠜⠀⠙⠭

ili

⠮⠀⠣⠭⠌⠒⠀⠤⠼⠃⠭⠌⠆⠀⠖⠼⠙⠜⠙⠭

*Primjer 7.*

Pisanje neodređenog integrala racionalne funkcije.

$$\int \frac{x^3 + 2}{x^2 - 4}\,dx$$

⠮⠀⠆⠭⠌⠒⠀⠖⠼⠃⠀⠳⠀⠭⠌⠆⠀⠤⠼⠙⠰⠠⠙⠭

*Primjer 8.*

Pisanje neodređenog integrala funkcije s eksponentom.

$\int e^{2x} dx$

⠮⠀⠑⠌⠼⠃⠭⠱⠀⠙⠭

ili

⠮⠀⠑⠌⠼⠃⠭⠱⠙⠭

*Primjer 9.*

Pisanje neodređenog integrala funkcije koja završava korijenom.

$$\int (1 - x)\sqrt{x}\, dx$$

⠮⠀⠣⠼⠁⠀⠀⠤⠭⠜⠩⠭⠹⠀⠙⠭

ili

⠮⠀⠣⠼⠁⠀⠀⠤⠭⠜⠩⠭⠹⠙⠭

*Primjer 10.*

Pisanje neodređenog integrala funkcije kada je diferencijal varijable integracije u brojniku.

$$\int \frac{x\ dx}{1 + x^2}$$

⠮⠀⠆⠭⠀⠙⠭⠀⠳⠀⠼⠁⠀⠖⠭⠌⠆⠰

ili

⠮⠀⠆⠭⠙⠭⠀⠳⠀⠼⠁⠀⠖⠭⠌⠆⠰

*Primjer 11.*

Pisanje određenog integrala.

$$\int_0^2 (2 + x)^2\, dx$$

⠮⠡⠴⠌⠆⠀⠣⠼⠃⠀⠖⠭⠜⠌⠆⠀⠙⠭

ili

⠮⠡⠴⠌⠆ ⠣⠼⠃ ⠖⠭⠜⠌⠆⠙⠭

*Primjer 12.*

Pisanje određenog integrala kada je diferencijal varijable integracije u brojniku.

$$\int_{0}^{12} \frac{dx}{\sqrt{1+\frac{x}{4}}}$$

⠮⠡⠴⠌⠂⠆ ⠆⠙⠭ ⠳ ⠨⠩⠼⠁ ⠖⠭⠳⠶⠙⠨⠹⠰

*Primjer 13.*

Pisanje određenog integrala kada je u granici integracije razlomak.

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos 3x \;\, dx$$

⠮⠡⠴⠨⠌⠰⠏⠳⠼⠃⠨⠱ ⠫⠎⠠⠭ ⠄⠫⠉⠼⠉⠭ ⠙⠭

ili

⠮⠡⠴⠨⠌⠰⠏⠳⠼⠃⠨⠱ ⠫⠎⠠⠭ ⠄⠫⠉⠼⠉⠭⠙⠭

*Primjer 14.*

Pisanje određenog integrala kada granice integracije imaju indeks.

$$\int_{k_1}^{k_2} (x^3 - 3x)\, dx$$

⠮⠨⠡⠅⠡⠂⠨⠱⠨⠌⠅⠡⠆⠨⠱ ⠣⠭⠌⠒ ⠤⠼⠉⠭⠜ ⠙⠭

ili

⠮⠨⠡⠅⠡⠂⠨⠱⠨⠌⠅⠡⠆⠨⠱ ⠣⠭⠌⠒ ⠤⠼⠉⠭⠜⠙⠭

*Primjer 15.*

Pisanje određenog integrala i intervala integracije.

$$\int_{1}^{2} x dx = \frac{x^2}{2}\bigg|_{1}^{2} = \frac{4}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

⠮⠡⠂⠌⠆⠀⠭⠙⠭⠀⠶⠆⠭⠌⠆⠳⠼⠃⠰⠈⠇⠡⠂⠌⠆⠀⠶⠼⠙⠆⠀⠤⠼⠁⠆⠠
⠀⠀⠶⠼⠉⠆

*Primjer 16.*

Pisanje krivuljnog integrala.

$$\oint_L Pdx + Qdy$$

⠮⠴⠡⠨⠇⠀⠨⠏⠀⠙⠭⠀⠖⠨⠟⠀⠙⠽

ili

⠮⠴⠡⠨⠇⠀⠨⠏⠙⠭⠀⠖⠨⠟⠙⠽

*Primjer 17.*

Pisanje dvostrukog integrala.

$$\iint_P f(x,y)dxdy$$

⠮⠮⠡⠏⠀⠋⠣⠭⠂⠀⠽⠜⠀⠙⠭⠙⠽

ili

⠮⠮⠡⠏⠀⠋⠣⠭⠂⠀⠽⠜⠙⠭⠙⠽

*Primjer 18.*

Pisanje limesa.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x+2}{x^2-4}$$

⠼⠇⠡⠭⠈⠒⠂⠼⠃⠀⠆⠭⠀⠖⠼⠃⠀⠳⠀⠭⠌⠆⠀⠤⠼⠙⠰

bolje nego

⠼⠇⠡⠭⠀⠒⠂⠼⠃⠱⠀⠆⠭⠀⠖⠼⠃⠀⠳⠀⠭⠌⠆⠀⠤⠼⠙⠰

*Primjer 19.*

Pisanje limesa (bez i s upotrebom znaka za povezivanje u razlomku).

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x+2}{5x-1}$$

ili

*Primjer 20.*

Pisanje limes inferiora.

$$\underline{\lim}_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} \inf x_n$$

*Primjer 21.*

Pisanje limes superiora.

$$\overline{\lim}_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} \sup x_n$$

*Primjer 22.*

Pisanje derivacije pomoću limesa.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

*Primjer 23.*

Pisanje prve i druge derivacije.

$$\left(\frac{1}{x^3}\right)' = -\frac{3}{x^4}$$

⠣⠼⠁⠳⠭⠌⠒⠜⠲⠀⠶⠤⠼⠉⠳⠭⠌⠲

$$\left(\frac{1}{x^3}\right)'' = \frac{12}{x^5}$$

⠣⠼⠁⠳⠭⠌⠒⠜⠲⠲⠀⠶⠼⠁⠃⠳⠭⠌⠢

*Primjer 24.*

Pisanje treće i četvrte derivacije.

$$f'''(x) = 12x^2 + 6x$$

⠋⠲⠲⠲⠣⠭⠜⠀⠶⠼⠁⠃⠭⠌⠆⠀⠖⠼⠋⠭

$$f^{(4)}(x) = 24x$$

⠋⠌⠣⠼⠙⠜⠱⠣⠭⠜⠀⠶⠼⠃⠙⠭

*Primjer 25.*

Pisanje derivacije označene točkom.

$$\frac{dc}{dt}(t) = \dot{c}(t) = (\dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t))$$

⠆⠙⠉⠳⠙⠞⠰⠣⠞⠜⠀⠶⠉⠆⠣⠞⠜⠀⠶⠣⠭⠆⠣⠞⠜⠂⠀⠽⠆⠣⠞⠜⠂⠠
⠀⠀⠵⠆⠣⠞⠜⠜

ili

⠆⠙⠉⠳⠙⠞⠰⠣⠞⠜⠀⠶⠉⠘⠆⠣⠞⠜⠀⠶⠣⠭⠘⠆⠣⠞⠜⠂⠀⠽⠘⠆⠣⠞⠜⠂⠠
⠀⠀⠵⠘⠆⠣⠞⠜⠜

*Primjer 26.*

Pisanje parcijalne derivacije.

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a^2 \Delta U$$

⠈⠙⠨⠥⠳⠈⠙⠞⠀⠶⠁⠌⠆⠯⠙⠨⠥

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k$$

⠯⠝⠀⠶⠆⠈⠙⠳⠈⠙⠭⠰⠠⠊⠀⠖⠆⠈⠙⠳⠈⠙⠽⠰⠠⠚⠠
⠀⠀⠖⠆⠈⠙⠳⠈⠙⠵⠰⠠⠅

# 16. MJERNE JEDINICE

U Hrvatskoj se u fizici i srodnim znanostima koristi Međunarodni sustav jedinica (SI, prema franc. Système international d'unités).

On se dijeli na:

• osnovne jedinice

• izvedene jedinice (s posebnim nazivima i znakovima)

• složene jedinice.

Od osnovnih jedinica i izvedenih jedinica (s posebnim nazivima i znakovima) dodavanjem decimalnog ili dekadskog predmetka, prema potrebi, tvore se manje ili veće jedinice.

Na crnom se tisku znakovi mjernih jedinica razlikuju od znakova za funkcije i varijable. To se postiže različitim tipografskim sredstvima, kao što su tip slova (uspravna slova), različita veličina razmaka, a ponekad se mjerne jedinice pišu i u posebnim (okruglim ili uglatim) zagradama.

Kako bi se i na brajici mjerne jedinice razlikovale od funkcija, varijabli i ostalih znakova, pišu se s predznakom ⠸ (točkice 4, 5 i 6). Označavanje mjernih jedinica predznakom zamjenjuje sva tipografska sredstva koja se koriste na crnom tisku.

Mjerna jedinica, zajedno s predznakom, piše se odmah (bez razmaka) nakon vrijednosti na koju se odnosi. U običnom tekstu, gdje nije potrebno isticati da se mjerne jedinice po tipu slova razlikuju od ostalog teksta, mogu se pisati s razmakom umjesto predznaka za mjerne jedinice.

# 16.1. JEDNOSTAVNE MJERNE JEDINICE

Osnovne jedinice, izvedene jedinice (s posebnim nazivima i znakovima), kao i od njih dobivene dekadske i decimalne jedinice promatraju se kao jednostavne jedinice.

Jednostavne mjerne jedinice koje se sastoje od više slova pišu se iza predznaka za mjerne jedinice prema uobičajenim pravilima za pisanje različitih vrsta slova.

## OSNOVNE MJERNE JEDINICE

| | | |
|---|---|---|
| | ⠸ | predznak za mjerne jedinice |
| m | ⠸⠍ | metar |
| s | ⠸⠎ | sekunda |
| kg | ⠸⠅⠛ | kilogram |
| K | ⠸⠨⠅ | kelvin |
| mol | ⠸⠍⠕⠇ | mol |
| A | ⠸⠨⠁ | amper |
| cd | ⠸⠉⠙ | kandela |

## IZVEDENE MJERNE JEDINICE

| | | |
|---|---|---|
| $m^2$ | ⠸⠍⠌⠆ | metar kvadratni |
| $m^3$ | ⠸⠍⠌⠒ | metar kubni |
| g | ⠸⠛ | gram |
| N | ⠸⠨⠝ | njutn |
| Pa | ⠸⠨⠏⠁ | paskal |
| V | ⠸⠨⠧ | volt |
| W | ⠸⠨⠺ | vat |
| Ω | ⠸⠰⠨⠺ | om |
| Hz | ⠸⠨⠓⠵ | herc |

| | | |
|---|---|---|
| min | ⠸⠍⠊⠝ | minuta |
| J | ⠸⠨⠚ | džul |
| Å | ⠸⠨⠈⠁ | angstrom |
| C | ⠸⠨⠉ | kulon |
| Lm | ⠸⠇⠍ | lumen |
| Lx | ⠸⠇⠭ | luks |
| F | ⠸⠨⠋ | farad |
| Wb | ⠸⠨⠺⠃ | veber |
| T | ⠸⠨⠞ | tesla |
| H | ⠸⠨⠓ | henri |
| S | ⠸⠨⠎ | simens |
| Bq | ⠸⠨⠃⠟ | bekerel |
| Gy | ⠸⠨⠛⠽ | grej |
| Sv | ⠸⠨⠎⠧ | sivert |
| kat | ⠸⠅⠁⠞ | katal |
| rad | ⠸⠗⠁⠙ | radijan |
| sr | ⠸⠗⠁⠙⠌⠆ | steradijan |

## POSEBNO DOPUŠTENE JEDINICE

| | | |
|---|---|---|
| l<br>L | ⠸⠇<br>⠸⠨⠇ | litra, litar |
| a | ⠸⠁ | ar |
| ha | ⠸⠓⠁ | hektar |
| min | ⠸⠍⠊⠝ | minuta |
| h | ⠸⠓ | sat |
| d | ⠸⠙ | dan |
| bar | ⠸⠃⠁⠗ | bar |
| t | ⠸⠞ | tona |
| eV | ⠸⠑⠨⠧ | elektronvolt |

Decimalne i dekadske jedinice dobivaju se množenjem polaznih jedinica decimalnim i dekadskim faktorima, kojima su dodijeljeni posebni nazivi, tzv. decimalni i dekadski predmetci, i njihovi znakovi. Naziv decimalne ili dekadske jedinice tvori se od predmetka i naziva polazne jedinice. Tako se od predmetka *centi* (u značenju stoti dio) i jedinice *metar* tvori naziv decimalne jedinice *centimetar* u značenju stotinke metra. oznaka decimalne (dekadske) jedinice tvori se od oznake za predmetak i oznake polazne jedinice, dakle od oznake c = $10^{-2}$ i oznake jedinice m tvori se cm kao oznaka za centimetar.

Decimalna odnosno dekadska jedinica je cjelina, piše se zajedno, a naznačeni se računski postupci odnose na cijelu jedinicu. Tako je oznaka za četvorni centimetar $cm^2$, u značenju $(cm)^2$, a ne $c(m^2)$.

Decimalne i dekadske jedinice tvore se od svih osnovnih SI jedinica (osim od kilograma), a samo od nekih izvedenih jedinica s posebnim nazivima i znakovima.

Decimalne i dekadske jedinice za masu ne tvore se od kilograma, nego od grama.

Decimalni i dekadski predmetci (prefiksi) kojim se povećavaju ili smanjuju vrijednosti osnovne mjerne jedinice (k = kilo, m = mili i sl.) tretiraju se kao dio mjerne jedinice.

## DECIMALNI I DEKADSKI PREDMETCI

| Predmetak | Znak | Vrijednost |
|---|---|---|
| jota | Y | $10^{24}$ |
| zeta | Z | $10^{21}$ |
| eksa | E | $10^{18}$ |
| peta | P | $10^{15}$ |
| tera | T | $10^{12}$ |
| giga | G | $10^{9}$ |
| mega | M | $10^{6}$ |
| kilo | k | $10^{3}$ |
| hekto | h | $10^{2}$ |
| deka | da | 10 |
| deci | d | $10^{-1}$ |
| centi | c | $10^{-2}$ |
| mili | m | $10^{-3}$ |
| mikro | µ | $10^{-6}$ |
| nano | n | $10^{-9}$ |

| | | |
|---|---|---|
| piko | p | $10^{-12}$ |
| femto | f | $10^{-15}$ |
| ato | a | $10^{-18}$ |
| zepto | z | $10^{-21}$ |
| jokto | y | $10^{-24}$ |

## PRIMJERI DECIMALNIH JEDINICA

| | | |
|---|---|---|
| mm | ⠸⠍⠍ | milimetar |
| cm | ⠸⠉⠍ | centimetar |
| km | ⠸⠅⠍ | kilometar |
| μm | ⠸⠰⠍⠠⠍ | mikrometar (mikron) |
| $cm^2$ | ⠸⠉⠍⠌⠆ | centimetar kvadratni |
| $km^2$ | ⠸⠅⠍⠌⠆ | kilometar kvadratni |
| $cm^3$ | ⠸⠉⠍⠌⠒ | centimetar kubni |
| $dm^3$ | ⠸⠙⠍⠌⠒ | decimetar kubni |
| mg | ⠸⠍⠛ | miligram |
| dag | ⠸⠙⠁⠛ | dekagram |
| dl | ⠸⠙⠇ | decilitar |
| hl | ⠸⠓⠇ | hektolitar |
| hPa | ⠸⠓⠨⠏⠁ | hektopaskal |
| kJ | ⠸⠅⠨⠚ | kilodžul |
| kW | ⠸⠅⠨⠺ | kilovat |
| μW | ⠸⠰⠍⠨⠺ | mikrovat |
| MV | ⠸⠘⠍⠧ | megavolt |
| $k\Omega$ | ⠸⠅⠰⠨⠺ | kiloom |
| kHz | ⠸⠅⠨⠓⠵ | kiloherc |
| MeV | ⠸⠨⠍⠠⠑⠨⠧ | megaelektronvolt |

*Primjer 1.*

Pisanje jednostavnih mjernih jedinica.

$700g = 0.7kg$

⠼⠛⠚⠚⠸⠛⠀⠶⠼⠚⠄⠛⠸⠅⠛

$4.3hl = 430l$

⠼⠙⠄⠉⠸⠓⠇ ⠶⠼⠙⠉⠚⠸⠇

$6m = 60dm = 600cm = 6000mm$

⠼⠋⠸⠍ ⠶⠼⠋⠚⠸⠙⠍ ⠶⠼⠋⠚⠚⠸⠉⠍ ⠶⠼⠋⠚⠚⠚⠸⠍⠍

$3m^2 = 300dm^2$

⠼⠉⠸⠍⠌⠆ ⠶⠼⠉⠚⠚⠸⠙⠍⠌⠆

$1000cm^3 = 1dm^3 = 1l$

⠼⠁⠚⠚⠚⠸⠉⠍⠌⠒ ⠶⠼⠁⠸⠙⠍⠌⠒ ⠶⠼⠁⠸⠇

$1011hPa = 101100Pa$

⠼⠁⠚⠁⠁⠸⠓⠨⠏⠁ ⠶⠼⠁⠚⠁⠁⠚⠚⠸⠨⠏⠁

## 16.2. SLOŽENE MJERNE JEDINICE

Složene mjerne jedinice dobivaju se dijeljenjem, množenjem, potenciranjem i sl. jednostavnih mjernih jedinica. Tako se mjerna jedinica za brzinu dobiva dijeljenjem mjerne jedinice za udaljenost mjernom jedinicom za vrijeme, a mjerna jedinica za moment sile množenjem jedinice za silu i jedinice za krak sile (udaljenost).

Kod složenih mjernih jedinica, sastavljenih od više pojedinačnih mjernih jedinica, piše se samo jedan predznak za mjerne jedinice i on vrijedi sve dok niz jednostavnih mjernih jedinica nije prekinut razmakom ili vrijednostima.

Kod množenja između jednostavnih mjernih jedinica na crnom tisku stavlja se ili razmak ili puta pisan kao točka. Na brajici se uvijek stavlja znak za množenje ⠄ (točkica 3) bez razmaka, neovisno o načinu pisanja na crnom tisku. Kod dijeljenja jednostavnih mjernih jedinica stavlja se razlomačka crta (kao i na crnom tisku).

*Primjer 2.*

Prikaz izvedene mjerne jedinice množenjem i dijeljenjem osnovnih mjernih jedinica.

$1W = 1V \ \cdot 1A = 1VA$

⠼⠁⠸⠨⠺⠀⠶⠼⠁⠸⠨⠧⠀⠄⠼⠁⠸⠨⠁⠀⠶⠼⠁⠸⠨⠧⠄⠨⠁

$1Pa = 1\frac{N}{m^2}$

⠼⠁⠸⠨⠏⠁⠀⠶⠼⠁⠸⠨⠝⠳⠍⠌⠆

$1N = 1kgms^{-2}$

⠼⠁⠸⠨⠝⠀⠶⠼⠁⠸⠅⠛⠄⠍⠄⠎⠌⠤⠆

$1J = 1Nm = 1kgm^2s^{-2}$

⠼⠁⠸⠨⠚⠀⠶⠼⠁⠸⠨⠝⠄⠍⠀⠶⠼⠁⠸⠅⠛⠄⠍⠌⠆⠄⠎⠌⠤⠆

*Primjer 3.*

Pisanje složenih mjernih jedinica množenjem i dijeljenjem.

$v = \frac{360km}{5h} = 72\frac{km}{h}$

⠧⠀⠶⠆⠼⠉⠋⠚⠸⠅⠍⠀⠳⠀⠼⠑⠸⠓⠰⠀⠶⠼⠛⠃⠸⠅⠍⠳⠓

$\rho = \frac{42 \text{ kg}}{0.2 \text{ m}^3} = 210\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

⠰⠗⠀⠶⠆⠼⠙⠃⠸⠅⠛⠀⠳⠀⠼⠚⠄⠃⠸⠍⠌⠒⠰⠀⠶⠼⠃⠁⠚⠸⠅⠛⠳⠍⠌⠒

$I = \frac{2N \cdot 0.50m}{1.57s^{-2}} = 0.64kgm^2$

⠨⠊⠀⠶⠆⠼⠃⠸⠨⠝⠀⠄⠼⠚⠄⠑⠚⠸⠍⠀⠳⠀⠼⠁⠄⠑⠛⠸⠎⠌⠤⠆⠰⠠
⠀⠀⠶⠼⠚⠄⠋⠙⠸⠅⠛⠄⠍⠌⠆

$$\mathrm{P} = 45\ \mathrm{kg} \cdot 3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 135\,\frac{\mathrm{kg\ m}}{\mathrm{s}}$$

⠨⠏⠀⠶⠼⠙⠑⠸⠅⠛⠀⠄⠼⠉⠸⠍⠳⠎⠀⠶⠼⠁⠉⠑⠸⠅⠛⠄⠍⠳⠎

## 16.3. STUPNJEVI, POSTOCI, PROMILI

| | | |
|---|---|---|
| ° | ⠘⠴ | stupanj |
| ′ | ⠘⠲ | minuta (kutna) |
| ″ | ⠘⠲⠲ | sekunda (kutna) |
| rad | ⠸⠗⠁⠙ | radijan |
| sr | ⠸⠗⠁⠙⠌⠆ | steradijan |
| % | ⠸⠼⠚⠴ | postotak |
| ‰ | ⠸⠼⠚⠴⠴ | promil |
| °C | ⠘⠴⠨⠉ | Celzijev stupanj |
| °F | ⠘⠴⠨⠋ | Fahrenheitov stupanj |

Za mjerenje kutova uobičajene su i mjerne jedinice stupanj, minuta i sekunda, koje ne pripadaju Međunarodnom sustavu mjernih jedinica. Na brajici se one pišu kao jednostavne dodatne oznake, s predznakom ⠘ (točkice 4 i 5). Ako iza oznake stupnjeva ili minuta slijedi i manja mjerna jedinica, cijela se veličina piše bez razmaka.

Mjerne jedinice za temperaturu, kao što su Celzijev i Fahrenheitov stupanj pišu se kao i kutni stupanj iza kojeg stoji oznaka naziva stupnja.

U matematičkim tekstovima na crnom tisku postotak i promil često se pišu kao mjerne jedinice. U tom slučaju postotak i promil se i na brajici pišu kao mjerne jedinice, dakle s predznakom ⠸ (točkice 4, 5 i 6).

*Primjer 4.*

Pisanje mjere kutova pomoću stupnjeva minuta i sekundi i pomoću radijana.

$78° = 1.361357\ \mathrm{rad}$

$49°41' = 0.867138\ \mathrm{rad}$

$12°34'45'' = 0.219548\ \mathrm{rad}$

$60° = \frac{\pi}{3}\ \mathrm{rad}$

*Primjer 5.*

Pisanje postotka i promila.

$42\ \%\ od\ 62\ kg$

$9\ ‰\ od\ 8\ l$

*Primjer 6.*

Pisanje temperature.

$10°C = 283.15K$

# 16.4. PISANJE VALUTA

Simboli valuta mogu se promatrati kao mjerne jedinice. Tada im, kao i drugim oznakama mjernih jedinica, prethodi predznak ⠸ (točkice 4, 5 i 6). Ovo se uglavnom odnosi na gospodarsku matematiku (i slična područja), dok se u običnom tekstu umjesto predznaka može staviti razmak.

Ako se simbol novčane jedinice piše ispred brojčane vrijednosti, između njih nema razmaka.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| € | ⠸⠈⠑ | EUR | ⠸⠘⠑⠥⠗ | euro |
| ct | ⠸⠉⠞ | | | euro cent |
| $ | ⠸⠈⠎ | USD | ⠸⠘⠥⠎⠙ | američki dolar |
| ¢ | ⠸⠈⠉ | | | cent |
| $ | ⠸⠈⠎ | ARS | ⠸⠘⠁⠗⠎ | argentinski pezo |
| $A | ⠸⠈⠎⠨⠁ | AUD | ⠸⠘⠁⠥⠙ | australski dolar |
| KM | ⠸⠘⠅⠍ | BAM | ⠸⠘⠃⠁⠍ | konvertibilna marka |
| R$ | ⠸⠘⠗⠎ | BRL | ⠸⠘⠃⠗⠇ | brazilski real |
| лв | ⠸⠰⠇⠧ | BGN | ⠸⠘⠃⠛⠝ | bugarski lev |
| iR | ⠸⠊⠨⠗ | INR | ⠸⠘⠊⠝⠗ | indijska rupija |
| Kč | ⠸⠨⠅⠡ | CZK | ⠸⠘⠉⠵⠅ | češka kruna |
| kr | ⠸⠅⠗ | DKK | ⠸⠘⠙⠅⠅ | danska kruna |
| £ | ⠸⠈⠇ | GBP | ⠸⠘⠛⠃⠏ | britanska funta |
| kn | ⠸⠅⠝ | HRK | ⠸⠘⠓⠗⠅ | hrvatska kuna |
| lp | ⠸⠇⠏ | | | lipa |
| ¥ | ⠸⠈⠽ | JPY | ⠸⠘⠚⠏⠽ | japanski jen |
| C$ | ⠸⠨⠉⠈⠎ | CAD | ⠸⠘⠉⠁⠙ | kanadski dolar |
| ¥ | ⠸⠈⠽ | CNY | ⠸⠘⠉⠝⠽ | kineski juan |
| NZ$ | ⠸⠘⠝⠵⠈⠎ | NZD | ⠸⠘⠝⠵⠙ | novozelandski dolar |
| Fr | ⠸⠨⠋⠗⠄ | CHF | ⠸⠘⠉⠓⠋ | švicarski franak |
| Ft | ⠸⠨⠋⠞ | HUF | ⠸⠘⠓⠥⠋ | mađarska forinta |
| ден | ⠸⠰⠙⠑⠝ | MKD | ⠸⠘⠍⠅⠙ | makedonski denar |
| Mex$ | ⠸⠨⠍⠑⠭⠈⠎ | MXN | ⠸⠘⠍⠭⠝ | meksički pezo |
| kr | ⠸⠅⠗ | NOK | ⠸⠘⠝⠕⠅ | norveška kruna |
| zł | ⠸⠵⠈⠇ | PLN | ⠸⠘⠏⠇⠝ | poljski zloti |
| lei | ⠸⠇⠑⠊ | RON | ⠸⠘⠗⠕⠝ | rumunjski leu |
| руб. | ⠸⠰⠗⠥⠃ | RUR | ⠸⠘⠗⠥⠗ | ruski rubalj |
| дин | ⠸⠰⠙⠊⠝ | RSD | ⠸⠘⠗⠎⠙ | srpski dinar |
| kr | ⠸⠅⠗ | SEK | ⠸⠘⠎⠑⠅ | švedska kruna |
| ₤ | ⠸⠈⠇ | TRY | ⠸⠘⠞⠗⠽ | turska lira |
| ₴ | ⠸⠰⠛ | UAH | ⠸⠘⠥⠁⠓ | ukrajinska hrivnja |

*Primjer 7.*

Pisanje valuta.

$135{,}90kn = 135kn90lp$

ili

$135.90kn = 135kn\ i\ 90lp$

$10€50ct$

$€312{,}45$

$26\$35¢$

$\$65.37$

*Primjer 8.*

Pisanje cijene.

cijena 89.90 kn/m$^2$

1 kg = 27.24 kn

# LITERATURA


1. Deutschen Blindenstudienanstalt - Internationale Mathematikschrift für Blinde (Marburger Systematiken der Blindenschrift), Marburg 1992
2. Brailleschriftkomitee der deutschsprachigen Länder BSKDL - Das System der Mathematikschrift in der Deutschen Brailleschrift, Basel 2015
3. Ouli-Minna Elgorriaga-Piippo, Benedict Hotz - Mathematikschrift fur Blinde - Ein Handbuch, Braille Press Zurich 2000
4. Braille Authority of the United Kingdom - Braille Mathematics Notation, Peterborough 2005
5. Braille Authority of the United Kingdom - Braille Science Notation, Peterborough 2008
6. Brajlowska notacja matematyczna fizyczna chemiczna, wydanie II - Pripremila: Krystyna Kauba, Kraków, Laski, Łód ź 2011
7. Comisión Braille Española Organización Nacional de Ciegos Españoles (ONCE) - Signografía matemática, Primera edición, Madrid 2007
8. La Commission pour l'Evolution du Braille Frangais - Notation mathematique braille, Paris 2007
9. Условные обозначения по системе Брайля при обучении математике и языку - И.Л. Башкирова, В.В. Гордейко, Минск 2010
10. Система обозначений по математике, физике, химии и астрономии: учебное пособие / Состав.: А.Г. Быков, М.И. Егоров, А.Ф. Голубчиков, Г.Б. Морозова, И.В. Проскуряков; Под общ. ред. Быкова А.Г., отв. ред. И.В. Проскуряков. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: ВОС, Москва 1982.

# Sadržaj